5. Naurizbayev N., Temirgaliyev N. An exact order of discrepancy of the Smolyak grid and some general conclusions in the theory of numerical integration // Found Comput Math. -2012. –Vol. 12. –P. 139-172.

УДК. 517.51

КОПСОН ЖӘНЕ ЛЕЙНДЛЕР ТИПТІ ТЕҢСІЗДІКТЕР

Аманжанова Айгерим Какембаевна
aigerim_amanzhanova@mail.ru
Ешмағамбетова Нұргүл Сұлтанқызы
ademi_laif@list.ru
Механика-математика факультетінің магистранттары
Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Ж.Б. Муканов

[1]-де Копсон және Лейндлер теңсіздіктер типті келесі теңсіздіктер дәлелденген.

Теорема А. $\{a_v\}_{v=1}^{\infty}$ - өспейтін теріс емес нақты сандар тізбегі болсын, $\alpha >0, \lambda \in \mathbb{R}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Онда

(1) $1 \leq \rho < \infty$ және $m \geq 16n$ үшін келесі теңсіздіктер орындалады:

$$\sum_{\mu=n}^{m} \mu^{\alpha-1}\left(\sum_{\nu=\mu}^{m} a_\nu \nu^\lambda\right)^p \geq C_1 \sum_{\mu=8n}^{m} \mu^{\propto-1}\left(a_\mu \mu^{\lambda+1}\right)^p, \tag{1}$$

$$\sum_{\mu=n}^{m} \mu^{-\alpha-1}\left(\sum_{\nu=n}^{\mu} a_\nu \nu^\lambda\right)^p \geq C_2 \sum_{\mu=4n}^{m} \mu^{-\propto-1}\left(a_\mu \mu^{\lambda+1}\right)^p, \tag{2}$$

(2) $0 < \rho \leq 1$ және $m \geq 4n$ үшін келесі теңсіздіктер орындалады:

$$\sum_{\mu=4n}^{m} \mu^{\alpha-1}\left(\sum_{\nu=4n}^{\mu} a_\nu \nu^\lambda\right)^p \geq C_3 \sum_{\mu=n}^{m} \mu^{\propto-1}\left(a_\mu \mu^{\lambda+1}\right)^p, \tag{3}$$

$$\sum_{\mu=4n}^{m} \mu^{-\alpha-1}\left(\sum_{\nu=\mu}^{m} a_\nu \nu^\lambda\right)^p \geq C_4 \sum_{\mu=n}^{m} \mu^{-\propto-1}\left(a_\mu \mu^{\lambda+1}\right)^p, \tag{4}$$

мұндағы C_i , i $= 1,2,3,4$, тұрақтылары ρ, α, λ-дан тәуелді.

(1) - (4) теңсіздіктері сияқты теңсіздіктер гармоникалық анализ бен жуықтау теориясында қолданылады. Атап айтқанда, (1)-(4) теңсіздіктері алдыңғы [2] жұмысында тегіс функциялар кеңістігінде жататын функциялардың нормаларын сипаттау үшін қолданылды.

Осы жұмыста біз (1)-(4) теңсіздіктері әлсіз монотонды тізбектердің неғұрлым кең класында [3] орындалатының дәлелдедік.

Анықтама 1. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ тізбегі әлсіз монотонды деп айтамыз, егер

$$|a_k| \leq C|a_n|, \qquad n \leq k \leq 2n.$$

Теорема 1. $\{a_v\}_{v=1}^{\infty}$ - әлсіз монотонды теріс емес тізбек болсын, $\alpha > 0, \lambda \in \mathbb{R}$, $\mathrm{m}, \mathrm{n} \in \mathbb{N}$. Онда:

(1) $1 \le \rho < \infty$ және $m \ge 16n$ үшін келесі теңсіздіктер орындалады:

$$\sum_{\mu=n}^{m} \mu^{\alpha-1} \left(\sum_{\nu=\mu}^{m} a_\nu \nu^{\lambda} \right)^{p} \ge C_5 \sum_{\mu=8n}^{m} \mu^{\propto-1} \left(a_\mu \mu^{\lambda+1} \right)^{p}, \tag{5}$$

$$\sum_{\mu=n}^{m} \mu^{-\alpha-1} \left(\sum_{\nu=n}^{\mu} a_\nu \nu^{\lambda} \right)^{p} \ge C_6 \sum_{\mu=4n}^{m} \mu^{-\propto-1} \left(a_\mu \mu^{\lambda+1} \right)^{p}, \tag{6}$$

(2) $0 < \rho \le 1$ және $m \ge 4n$ үшін келесі теңсіздіктер орындалады:

$$\sum_{\mu=4n}^{m} \mu^{\alpha-1} \left(\sum_{\nu=4n}^{\mu} a_\nu \nu^{\lambda} \right)^{p} \ge C_7 \sum_{\mu=n}^{m} \mu^{\propto-1} \left(a_\mu \mu^{\lambda+1} \right)^{p}, \tag{7}$$

$$\sum_{\mu=4n}^{m} \mu^{-\alpha-1} \left(\sum_{\nu=\mu}^{m} a_\nu \nu^{\lambda} \right)^{p} \ge C_8 \sum_{\mu=n}^{m} \mu^{-\propto-1} \left(a_\mu \mu^{\lambda+1} \right)^{p}, \tag{8}$$

мұндағы C_i , $\mathrm{i} = 5,6,7,8$, тұрақтылары ρ, α, λ-дан тәуелді.

Дәлелденуі. (5) теңсіздігін дәлелдейк. $2^{N-1} < n \le 2^{N}$ және $2^{M} \le \mathrm{m} < 2^{M+1}$ шарттарын қанағаттандыратындай N және M натурал сандарын таңдайқ. Онда

$$I = \sum_{\mu=n}^{m} \mu^{\alpha-1} \left(\sum_{\nu=\mu}^{m} a_\nu \nu^{\lambda} \right)^{p} \ge \sum_{\mu=2^N}^{2^M} \mu^{\propto-1} \left(\sum_{\nu=\mu}^{2^M} a_\nu \nu^{\lambda} \right)^{p}.$$

Сыртқы қосындына екілік пачкаларға бөліп, келесі теңсіздіктер тізбегін аламыз

$$\begin{aligned} I &\ge \sum_{i=N+1}^{M} \sum_{\mu=2^{i-1}+1}^{2^i} \mu^{\alpha-1} \left(\sum_{\nu=\mu}^{2^M} a_v \, \nu^{\lambda} \right)^{\rho} \ge \\ &\ge \sum_{i=N+1}^{M} \sum_{\mu=2^{i-1}+1}^{2^i} \mu^{\alpha-1} \left(\sum_{\nu=2^i}^{2^M} a_v \, \nu^{\lambda} \right)^{\rho} = \\ &= \sum_{i=N+1}^{M} \left(\sum_{\nu=2^i}^{2^M} a_v \, \nu^{\lambda} \right)^{\rho} \sum_{\mu=2^{i-1}+1}^{2^i} \mu^{\alpha-1} \ge \\ &\ge C_1 \sum_{i=N+1}^{M} \left(\sum_{\nu=2^i}^{2^M} a_v \, \nu^{\lambda} \right)^{\rho} 2^{i\alpha}. \end{aligned}$$

$\{a_n\}$ тізбегінің әлсіз монотондылығын қолданып, келесі теңсіздіктерді аламыз

$$I \geq C_1 \sum_{i=N+1}^{M-1} 2^{i\alpha} \left(\sum_{j=i}^{M-1} \sum_{\nu=2^j+1}^{2^{j+1}} a_\nu \nu^\lambda \right)^\rho \geq$$

$$\geq C_2 \sum_{i=N+1}^{M-1} 2^{i\alpha} \left(\sum_{j=i}^{M-1} a_{2^{j+1}} \sum_{\nu=2^j+1}^{2^{j+1}} \nu^\lambda \right)^\rho \geq$$

$$\geq C_3 \sum_{i=N+1}^{M-1} 2^{i\alpha} \left(\sum_{j=i}^{M-1} a_{2^{j+1}} 2^{j(\lambda+1)} \right)^\rho.$$

Йенсен теңсіздігін қолдана отырып және қосындылаудың ретін өзгертіп

$$I \geq C_3 \sum_{i=N+1}^{M-1} 2^{i\alpha} \sum_{j=i}^{M-1} a_{2^{j+1}}^p 2^{j(\lambda+1)p} =$$

$$= C_3 \sum_{j=N+1}^{M-1} a_{2^{j+1}}^p 2^{j(\lambda+1)p} \sum_{i=N+1}^{j} 2^{i\alpha} \geq$$

$$\geq C_3 \sum_{j=N+1}^{M-1} a_{2^{j+1}}^p 2^{j(\lambda+1)p}\, 2^{j\alpha}.$$

$\{a_n\}$ тізбегінің әлсіз монотондылығын қайтадан қолданып

$$I \geq C_4 \sum_{i=N+1}^{M-1} 2^{j(\lambda+1)p} 2^{j\alpha} \frac{1}{2^{j+1}} \sum_{\mu=2^{j+1}+1}^{2^{j+2}} a_\mu^p \geq$$

$$\geq C_5 \sum_{j=N+1}^{M-1} \sum_{\mu=2^{j+1}+1}^{2^{j+2}} a_\mu^p \mu^{(\lambda+1)p} \mu^{\alpha-1} =$$

$$= C_5 \sum_{\mu=2^{N+2}+1}^{2^{M+1}} a_\mu^p \mu^{(\lambda+1)p} \mu^{\alpha-1}.$$

$2^{N+2} < 8n$ болғандықтан

$$I \geq C_5 \sum_{\mu=8n}^{m} a_\mu^p \mu^{(\lambda+1)p} \mu^{\alpha-1}.$$

Біз (5) теңсіздігін $N+1 \leq M-1$ шарты орындалған жағдайында дәлелдедік. Бұл теңсіздік орындалады, өйткені $m \geq 16n$, сондықтан $2^{N-1} < n \leq \frac{m}{16} \leq 2^{M-3}$.

Енді (6) теңсіздігін дәлелдейк.

$$J = \sum_{\mu=n}^{m} \mu^{-\alpha-1} \left(\sum_{\nu=n}^{\mu} a_\nu \nu^\lambda \right)^p$$

белгілейк және $2^{N-1} < n \leq 2^N$ және $2^M \leq \mathrm{m} < 2^{M+1}$ теңсіздіктері орындалатындай M, N сандарын таңдайқ. Онда

$$J \geq \sum_{\mu=2^N}^{2^M} \mu^{-\alpha-1} \left(\sum_{\nu=n}^{\mu} a_\nu \nu^\lambda \right)^p \geq$$

$$\geq \sum_{i=N}^{M-1} \sum_{\mu=2^i}^{2^{i+1}-1} \mu^{-\alpha-1} \left(\sum_{\nu=n}^{\mu} a_\nu \nu^\lambda \right)^p \geq$$

$$\geq \sum_{i=N}^{M-1} \sum_{\mu=2^i}^{2^{i+1}-1} \mu^{-\alpha-1} \left(\sum_{\nu=n}^{2^i} a_\nu \nu^\lambda \right)^p =$$

$$= \sum_{i=N}^{M-1} \left(\sum_{\nu=n}^{2^i} a_\nu \nu^\lambda \right)^p \sum_{\mu=2^i}^{2^{i+1}-1} \mu^{-\alpha-1} \geq$$

$$\geq C_1 \sum_{i=N}^{M-1} \left(\sum_{\nu=n}^{2^i} a_\nu \nu^\lambda \right)^p 2^{-i\alpha}.$$

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Potapov M.K., Berisha F.M., Berisha N.Sh., Kadriu R. Some reverse lp-type ineualities involving quasi monotone sequences // Math. Inequal. Appl. – 2015. – V. 18, № 4. – P. 1245-1252.
2. Berisha F.M., Berisha N.Sh., Potapov M.K., Dema M. On Approximations by Trigonometric Polynomials of Classes of Functions Defined by Moduli of Smoothness // Hindawi Abst. Appl. Anal. – 2017. – V. 20, № 5. – P. 1–11.
3. Liflyand E., Tikhonov S., Zeltser M. Extending tests for convergence of number series // J. Math. Anal. Appl. – 2011. – V. 377, № 1. – P. 194-206.

УДК 519.61

УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ В СРЕДЕ ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЯ PYTHON

Аубакирова Д.А.

магистрант 2-курса

Евразийский национальный университет им. Л.Н Гумилева, г. Нур-Султан, Республика Казахстан

E-mail: dana.aubakirova7@gmail.ru

Научный руководитель – к.ф.-м.н. Абуталипова Ш.У.