$$(\gamma\gamma')(\tau) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{bmatrix}(\tau) = \begin{bmatrix} aa' + bc' & ab' + bd' \\ ca' + dc' & cb' + dd' \end{bmatrix}(\tau) = \frac{(aa' + bc')\tau + ab' + bd'}{(a'c + dc')\tau + cb' + dd'}$$

$$\gamma\left(\gamma'(\tau)\right) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{bmatrix}(\tau)\right) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\left(\frac{a'\tau + b'}{c'\tau + d'}\right) = \frac{a\frac{a'\tau + b'}{c'\tau + d'} + b}{c\frac{a'\tau + b'}{c'\tau + d'} + d} = \frac{\frac{aa'\tau + ab' + bc'\tau + bd'}{c'\tau + d'}}{\frac{a'c\tau + cb' + c'd\tau + dd'}{c'\tau + d'}}$$

$$= \frac{(aa' + bc')\tau + ab' + bd'}{(a'c + dc')\tau + cb' + dd'}$$

Демек $(\gamma\gamma')(\tau) = \gamma\left(\gamma'(\tau)\right)$.

(c) Сондай–ақ $\gamma = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in SL_2(\boldsymbol{Z})$ үшін $d\gamma(\tau)/d\tau = 1/(c\tau + d)^2$ екенін көрсетуімізге болады:

$$\frac{d\gamma(\tau)}{d\tau} = \frac{d\left(\frac{a\tau + b}{c\tau + d}\right)}{d\tau} = \frac{\frac{d(a\tau + b)(c\tau + d) - (a\tau + b)d(c\tau + d)}{(c\tau + d)^2}}{d\tau}$$

$$= \frac{\frac{ad\tau(c\tau + d) - (a\tau + b)cd\tau}{(c\tau + d)^2}}{d\tau} = \frac{\frac{ac\tau d\tau + add\tau - ac\tau d\tau - cbd\tau}{(c\tau + d)^2}}{d\tau} = \frac{\frac{(ad - cb)d\tau}{(c\tau + d)^2}}{d\tau}$$

$$= \frac{\frac{d\tau}{(c\tau + d)^2}}{d\tau} = \frac{1}{(c\tau + d)^2}. \square$$

Пайдаланған дереккөздер тізімі

1. Fred Diamond, Jerry Shurman. A First Course in Modular Forms.

УДК 57

ОБ ОГРАНИЧЕННОСТИ ДРОБНО-МАКСИМАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА В ПРОСТРАНСТВАХ ТИПА ОРЛИЧА-МОРРИ

Адилханов Айдос

adilkhanov_kz@mail.ru

Докторант ЕНУ им.Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель - Н.А.Бокаев

В данной работе приводятся достаточные условия ограниченности максимального и дробно-максимального оператора в глобальных пространствах Орлича-Морри.

Максимальный оператор Харди-Литтлвуда определяется равенством

$$Mf(x) = \sup_{r>0} \frac{1}{|B(x,r)|} \int_B |f(y)| dy.$$

где $B(x,r)$ – шар с центром в точке $x \in R^n$ и радиусом $r > 0$.

Пусть $0 < \alpha < n.$ Дробно-максимальный оператор определяется равенством

$$M_\alpha f(x) = \sup_{r>0} \frac{1}{|B(x,r)|^{1-\frac{\alpha}{n}}} \int_{B(x.r)} |f(y)| dy.$$

Функция $\Phi : [0,\infty) \to [0,\infty]$ называется функцией Юнга, если $\Phi -$выпуклая функция, непрерывная слева и $\lim_{r\to+0} \Phi(r) = \Phi(0) = 0$ и $\lim_{r\to\infty} \Phi(r) = \infty.$

Если существует $s \in (0,\infty)$ такое, что $\Phi(s) = \infty,$ тогда она абсолютно непрерывна на каждом замкнутом интервале в $[0,\infty).$

Для функции Юнга Φ и $0 \le s \le \infty$ пусть

$$\Phi^{-1}(s) = \inf\{r \ge 0 : \Phi(r) > s\}.$$

Если $\Phi \in Y$, тогда Φ^{-1} это обычная обратная функция для Φ.

Отметим, что:

$$\Phi\left(\Phi^{-1}(r)\right) \le r \le \Phi^{-1}(r), 0 \le r < \infty.$$

Функция Юнга удовлетворяет $\Delta_2 -$условию $\Phi \in \Delta_2$, если

$$\Phi(2r) \le k\Phi(r), r > 0$$

для некоторого $k > 1$.

Функция Юнга удовлетворяет $\nabla_2 -$условию $\Phi \in \nabla_2$, если

$$\Phi(r) \le \frac{1}{2k}\Phi(kr), r \ge 0$$

для некоторого $k > 1$.

Для функции Юнга Φ множество функций

$$L^\Phi(R^n) = \left\{ f \in L_{loc}(R^n) : \int_{R^n} \Phi(k|f(x)|)dx < \infty, k > 0 \right\}$$

с конечной квазинормой

$$\|f\|_{L_\Phi(R^n)} = \inf\left\{\mu > 0 : \int_{R^n} \Phi\left(\frac{f(t)}{\mu}\right)dt\right\}, \qquad (1)$$

в которых

$$J_\mu(f) = \int_{R^n} \Phi\left(\frac{f(t)}{\mu}\right) \le 1. \qquad (2)$$

называется пространством Орлича [1].

Пусть Φ функция Юнга и $1 \le \theta \le \infty$. Через $GM_{\Phi,\varphi,\theta}(R^n)$ обозначим глобальное пространство Орлича-Морри как множество всех функций $f \in L_\Phi$ с конечной квазинормой

$$\|f\|_{GM_{\Phi,\varphi,\theta}(R^n)} = \sup_{x\in R^n} \left\| \varphi^{-1}(x.r)\Phi^{-1}\left(|B(x,r)|^{-1}\right)\|f\|_{L_{\Phi(B(x,r))}} \right\|_{L_{\theta(0,\infty)}} < \infty.$$

Теорема1. Пусть $\Phi \in Y \cap \nabla_2, \quad 0 < \alpha < n, \quad 1 < \theta < \infty$ и пусть Φ и Ψ - функции Юнга, $\Phi \in Y$ и функция φ удовлетворяет условию

$$\int_0^1 \frac{\Psi(t)}{t^{1+n/_{n-\alpha}}} dt < \infty,$$

и Φ доминирует глобально функцию $\Psi_{n/_\alpha}$ и функции φ_1 и φ_2 удовлетворяют условию

$$A = \sup_{x \in R^n} \left\| \varphi_2(x.r)^{-1} \left\| \Psi^{-1}\left(|B(x,t)|^{-1}\right) \frac{\varphi_1(x,t)}{\Phi^{-1}\left(|B(x,t)|^{-1}\right)} \frac{1}{t} \right\|_{L_{\theta'\{r,\infty\}}} \right\|_{L_{\theta(0,\infty)}} < \infty$$

где C не зависит от x и r. Тогда дробно-максимальный оператор M_α ограничен из $GM_{\Phi,\varphi_1,\theta}(R^n)$ в $GM_{\Phi,\varphi_2,\theta}(R^n)$.

Теорема2. Пусть $\Phi(r) = r^p$, $\Psi(r) = r^q$, $0 < \alpha < n$, $1 < p,q < \infty$ и функции φ_1 и φ_2 удовлетворяют условию

$$\sup_{x \in R^n} \left\| \varphi_2(x.r)^{-1} \left\| t^{n\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q}\right) - 1} \varphi_1(x,t) \right\|_{L_{\theta'\{r,\infty\}}} \right\|_{L_{\theta(0,\infty)}} < \infty.$$

Тогда дробно-максимальный оператор M_α ограничен из $GM_{p,\varphi_1,\theta}(R^n)$ в $GM_{q,\varphi_2,\theta}(R^n)$.

Теорема3. Пусть $\varphi_1(x,r) = \dfrac{\Phi^{-1}(r^{-n})}{\Phi^{-1}(r^{-\lambda_1})}$, $\varphi_2(x,r) = \dfrac{\Psi^{-1}(r^{-n})}{\Psi^{-1}(r^{-\lambda_2})}$, $0 < \alpha < n$, $0 < \lambda_1, \lambda_2 < n$ и функции Φ и Ψ удовлетворяют условию

$$\sup_{x \in R^n} \left\| \frac{\Psi^{-1}(r^{-n})}{\Psi^{-1}(r^{-\lambda_1})} \left\| \frac{\Psi^{-1}(t^{-n})}{\Phi^{-1}(t^{-\lambda_2})} \right\|_{L_{\theta'\{r,\infty\}}} \right\|_{L_{\theta(0,\infty)}} < \infty.$$

Тогда дробно-максимальный оператор M_α ограничен из $GM_{\Phi,\lambda_1,\theta}(R^n)$ в $GM_{\Phi,\lambda_2,\theta}(R^n)$.

Для обобщенных пространств Орлича-Морри подобные теоремы доказаны в [2].

Список использованных источников

1. Красносельский М.А., Рутицкий Я.Б. Выпуклые функции и пространства Орлича, Москва (1978).
2. Guliyev V., Deringoz F. Boundedness of fractional maximal operator and its commutators on generalized Orlicz-Morrey spaces. // Complex Analysis and Operator Theory, 2014, P.1-23.

УДК 519.632.4

ПУАССОН ТЕҢДЕУІНІҢ ШЕШІМДЕРІН ДИСКРЕТИЗАЦИЯЛАУ ЕСЕБІНДЕГІ ДӘЛ ЕМЕС АҚПАРАТТЫҢ ШЕКТІК ҚАТЕЛІКТЕРІ

Алдиярова Жансая Сұлтанбекқызы

ibragim96.15@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ ММФ, Математика мамандығының 2-курс магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі - Жұбанышева Ақсауле Жанбыршиевна, доцент, PhD

Мақала Пуассон теңдеуінің шешімдерін дәл емес ақпарат бойынша Компьютерлік (есептеуіш) диаметр (К(Е)Д) мәнмәтінінде дискретизациялау есебіне арналған. Алдымен К(Е)Д есебінің қойылымына тоқталайық ([1] мақаласында К(Е)Д есебінің толық формулировкасы, тарихи мағлұматтар, басқа жуықтау есептерімен байланыстары келтірілген) . К(Е)Д есебіндегі негізгі анықтаманы келтірейік

$$\delta_N(\varepsilon_N; D_N)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; A, B; F; D_N)_Y \equiv$$
$$\equiv \delta_N\left(\varepsilon_N; A, B = B^{(1)} \times B^{(2)} \times \ldots \times B^{(k)}; F = F^{(1)} \times \ldots \times F^{(k)}; D_N\right)_Y \equiv$$
$$\equiv \min_{N = N_1 + \ldots + N_k} \inf_{\left(l^{(N_1,\ldots,N_k)}, \varphi_N\right)_Y} \left(\delta_N\left(\varepsilon_N; \left(l^{(N_1,\ldots,N_k)}, \varphi_N\right)\right)\right)_Y,$$

мұндағы

$$\delta_N\left(\varepsilon_N; \left(l^{(N_1,\ldots,N_k)}, \varphi_N\right)\right)_Y \equiv \delta_N\left(\varepsilon_N; A, B \equiv B^{(1)} \times \ldots \times B^{(k)}; F \equiv F^{(1)} \times \ldots \times F^{(k)}; \left(l^{(N_1,\ldots,N_k)}, \varphi_N\right)\right)_Y \equiv$$
$$\equiv \sup_{\substack{f_1 \in F^{(1)}, \ldots, f_k \in F^{(k)} \\ \left|\gamma_{N_j}^{(\tau)}\right| \le 1 \left(\tau = 1, \ldots, N_j\right) \\ j = 1, \ldots, k}} \left\| u(y; f_1, \ldots, f_k) - \varphi_N\left(l_{N_1}^{(1)}(f_1) + \gamma_{N_1}^{(1)} \varepsilon_{N_1}^{(1)}, \ldots, l_{N_1}^{(N_1)}(f_1) + \gamma_{N_1}^{(N_1)} \varepsilon_{N_1}^{(N_1)}, \ldots, l_{N_k}^{(N_k)}(f_k) + \gamma_{N_k}^{(N_k)} \varepsilon_{N_k}^{(N_k)}; y\right) \right\|_Y.$$