

К.К. Ержанов

Модель F(T) - гравитации, с учетом постоянной скорости звука k-эссенции

(Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г.Астана)

В этой статье мы рассмотрим K-эссенцию при ее постоянной скорости звука. Данная задача рассматривается в рамках так называемой F(T)-гравитации, где гравитация описывается не кривизной пространства, а кручением геометрических объектов. Это так же объясняет настоящее космическое ускорение расширения Вселенной. В этой теории поля уравнения 2-го порядка значительно проще, чем в F(R) и F(G) теориях гравитаций. Здесь мы изучаем связь между F(T)-гравитацией и K-эссенции.

Открытие ускоренного расширения Вселенной [1] вызвало глубокое изменение в космологической парадигме. Это открытие указывает, что Вселенная - почти пространственно-плоская и состоит приблизительно на 70 из темной энергии, из за которой наблюдается ускорение расширения Вселенной. Вместе с тем мы мало знаем о темной энергии. Параметр уравнения состояния ω в таком случае должен быть $\omega < -1/3$ для осуществления ускоренного расширения Вселенной.

Другой альтернативный подход, имеющий дело с проблемой ускорения вселенной изменяет законы гравитации посредством использования $F(R), F(G)$ и $F(R, G)$ вместо действия Эйнштейна- Гильберта (см., например [2]). Здесь лагранжевая плотность модифицированной теории гравитации F - есть произвольная функция параметров R , и G . Уравнения поля этих модифицированных теорий гравитации - 4-го порядка, и довольно сложны для расчетов. Недавно стали исследоваться модели второго порядка, так называемая F(T) -гравитация. В ней вместо искривления пространства используют его кручение. Цель данной статьи состоит в том, чтобы исследовать одну из моделей $F(T)$ гравитации как k -эссенцию. Возьмем действие для модели $F(T)$ -гравитации в следующем виде:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2k^2} R + K(X, \phi) + L \right] \quad (1)$$

Здесь L - лагранжиан материи, $K(X)$ - лагранжиан k -эссенции, где X - безразмерная величина, определенная как $X = -0.5g^{\mu\nu} \phi_\mu \phi_\nu$. Подобно гидродинамике введем:

$$p_k = K \quad (2)$$

и

$$\rho_k = 2XK_X - K \quad (3)$$

Уравнение состояния k - эссенции:

$$\omega_k = \frac{K_X}{2XK_X - K} \quad (4)$$

Уравнение скорости звука k - эссенции;

$$c = \frac{p_k X}{\rho_k X} = \frac{K_X}{2XK_{XX} + K_X} \quad (5)$$

Примем скорость звука k - эссенции за постоянную величину, тогда:

$$c(2XK_{XX} + K_X) - K_X = 0 \quad (6)$$

или

$$2XK_{XX} + \left(1 - \frac{1}{c}\right) K_X = 0 \quad (7)$$

Решением этого дифференциального уравнения, при постоянной будет:

$$K = \frac{2cC_1}{1+c} X^{\frac{1+c}{2c}} + C_2 \quad (8)$$

Соответствующие уравнения Фридмана для ФРУ метрики будут записываться как:

$$3k^{-2}H^2 = 2XK_X - K + \rho_m \quad (9)$$

$$-k^{-2} \left(2\dot{H} + 3H^2 \right) = K + p_m \quad (10)$$

$$(K_X + 2XK_{XX}) \dot{X} + 6HXK_X = 0 \quad (11)$$

$$\dot{\rho}_m + 3H(\rho_m + p_m) = 0 \quad (12)$$

С учетом выражения для $H = \frac{\dot{a}}{a}$, можем переписать выражение (11) как:

$$XK_X^2 = ka^{-6} \quad (13)$$

Тогда выражение (12) можем записать в следующем виде:

$$\dot{\rho}_m = -3H(\rho_m + p_m) \quad (14)$$

или из суммируя выражения (9) и (10), мы можем переписать $(\rho_m + p_m)$ как:

$$-2k^{-2}\dot{H} - 2XK_X = \rho_m + p_m \quad (15)$$

Отсюда получим:

$$\dot{\rho}_m = 6H(k^{-2}\dot{H} + XK_X) \quad (16)$$

Подставляя найденное выражение для X и интегрируя, получим выражение для ρ_m :

$$\rho_m = C + \frac{H^2}{k^2} + K - 2XK_X \quad (17)$$

Где C - константа интегрирования, независимая от времени. Если подставить найденное выражение для ρ_m в уравнение (9), мы придем к следующему уравнению:

$$H = \frac{k^2 C}{2} \quad (18)$$

Таким образом мы пришли к выводу что при постоянной скорости звука в k - эссенции, постоянная Хаббла так же будет неизменной по времени. С другой стороны это означает в данной модели что общая плотность величина постоянная. То есть в данном случае

$$3\frac{H^2}{k^2} = \rho_m + \rho_k = \rho_{tot} = \frac{3}{2}C \quad (19)$$

Это упрощает нашу задачу. Из уравнения (13), мы можем получить выражение для X . А именно, a будет иметь вид:

$$a = C_3 \exp \left(\sqrt{\frac{Ck^2}{2}} t \right), \quad (20)$$

или в зависимости от H :

$$a = C_3 \exp(Ht) \quad (21)$$

Тогда X из (13) запишем как:

$$X = (kC_3^{-6}C_1^{-2}) \exp \left(-6\sqrt{\frac{k^2C}{2}} t \right) \quad (22)$$

Соответственно выражение для ρ_m примет вид:

$$\rho_m = C + C_2 + \frac{k^2 C^2}{4} + C_1 \frac{1+2c}{1+c} (kC_3^{-6}C_1^{-2})^{\frac{1+c}{2}} \exp \left(-3(1+c)\sqrt{\frac{k^2C}{2}} t \right) \quad (23)$$

Из уравнения (10) можем получить выражение для давления:

$$p_m = -C_2 - 3\frac{k^2 C^2}{4} - C_1 \frac{2c}{1+c} (kC_3^{-6} C_1^{-2})^{\frac{1+c}{2}} \exp\left(-3(1+c)\sqrt{\frac{k^2 C}{2}t}\right) \quad (24)$$

Аналогично мы можем записать выражения для p_k и ρ_k

$$p_k = \frac{2cC_1}{1+c} (kC_3^{-6} C_1^{-2})^{\frac{1+c}{2}} \exp\left(-3(1+c)\sqrt{\frac{k^2 C}{2}t}\right) + C_2 \quad (25)$$

$$\rho_k = \frac{2C_1}{1+c} (kC_3^{-6} C_1^{-2})^{\frac{1+c}{2}} \exp\left(-3(1+c)\sqrt{\frac{k^2 C}{2}t}\right) - C_2 \quad (26)$$

В этой работе мы исследовали недавно развитую F(T)-гравитацию, которая является новой модифицированной гравитацией, способной объяснить существующее ускорение космологического расширения без потребности в темной энергии. В частности мы представили новую модель F(T) гравитации, нашли масштабный фактор и величину постоянной Хаббла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Perlmutter S. et al., Bull. Am. Astron. Soc. 29, 1351 (1997); Astrophys. J. 517, 565 (1999); Riess A.G. et al. Astron. J. 116, 1009 (1998).
2. Nojiri S., Odintsov S.D., eConf C0602061, 06 (2006) [Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. 4, 115 (2007)]. [arXiv:hep-th/0601213].
3. Tsyba P.Yu., Kulnazarov I.I., Yerzhanov K.K., Myrzakulov R. Pure kinetic k-essence as the cosmic speed-up and F(T) - gravity. [arXiv:1008.0779]
4. Myrzakulov R. F(T) gravity and k-essence. [arXiv:1008.4486]

Ержанов К.К.

к- эссенция дыбысының тұрақты жылдамдығын ескерудегі F(T) - гравитацияның моделі

Бұл мақалада біз дыбыстың тұрақты жылдамдық кезіндегі к-эссенцияны қарастырдық. Берілген мәселе F(T)-гравитацияның аумағында қарастырылады, мұндағы гравитация кеңістіктің қисықтығы емес геометриялық объектілердің бұралуы деп сипатталады. Бұл сонымен қатар қазіргі әлемнің космостық үдемелі ұлғаюын түсіндіреді. Осы өріс теориясында 2-ші ретті теңдеулері, F (R) және F (G) сияқты гравитациялық теорияларға қарағанда оңайырақ болады. Біз бұл мақалада F (T)-гравитациямен К-эссенцияның арасындағы байланысы зерттедік.

Yerzhanov K.K.

Model F (T)- gravity taking into account the constant speed of sound k-essence

In this article we look at the K-essence at its constant speed of sound. This problem is considered in the framework of the so-called F (T)-gravity where gravity is described not by the curvature of space, but by torsion of geometric objects. This also explains the present cosmic acceleration expansion of the Universe. In this field theory equation of 2 order is much simpler than in F (R) and F (G) theories of gravity. Here we study the relationship between F (T)-gravity and k-essence.

Поступила в редакцию 15.10.10

Рекомендована к печати 25.10.10