ПРЕДЕЛЬНО РОБАСТНЫЕ УСТОЙЧИВЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

А.А.Ашимов, М.А.Бейсенби (Алматы, Казахстан)

Проблема робастной устойчивости систем управления в настоящее время является одной из актуальных и представляет большой практический интерес [1-3].

В настоящей работе предлагается подход к выбору законов управления для линейных динамических объектов в классе структурно устойчивых отображений из теории катастроф [4,5], позволяющая построить систему управления, обладающей предельно широкой областью робастной устойчивости. Система управления сохраняет свойства устойчивости при широком диапазоне изменении параметров [7-9] объекта и регулятора. Исследование робастной устойчивости системы основывается на идеях линейной аппроксимации [10] и первого метода А.М.Ляпунова [11].

Увеличение потенциала устойчивости можно проследить на примере структурного синтеза предельно робастных устойчивых систем управления для астатических объектов первого и второго порядка.

1. Рассматривается система автоматического управления (САУ) первого порядка с нелинейным регулятором (Рис.1). Объектом управления является интегрирующее звено с постоянной интегрирования T. Предполагается, что задающее воздействие $g(t)$ является равным нулю ($g(t) = 0$).

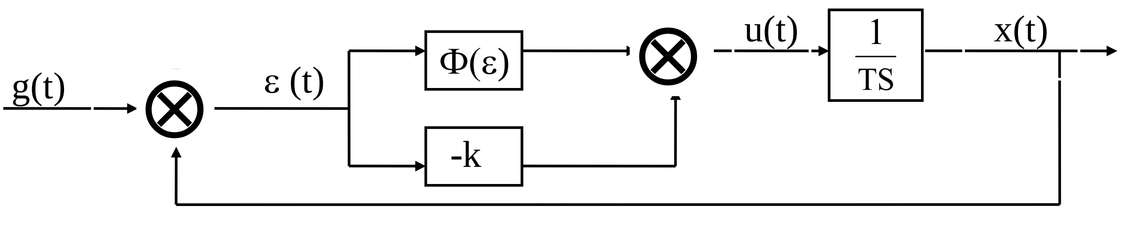

Рис.1.

Закон управления выбирается в виде однопараметрического структурно устойчивого отображения

$$u(t) = -x^3 + kx \qquad (1)$$

Уравнение состояния системы относительно ошибки x записывается в виде

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T}(-x^3 + kx) \qquad (2)$$

Система (2) с нелинейным законом управления (1) имеет установившееся состояние системы $x_s^1 = 0$ при отрицательном *k* (*k*<0), и при положительном *k* (*k*>0) имеет два установившихся состояния $x_s^2 = \sqrt{k}$ и $x_s^3 = -\sqrt{k}$. Эти пары установившихся состояний системы сливаются с x_s^1 при *k*=0 и ответвляются от него при *k*>0, т.е. в точке *k*=0 происходит бифуркация.

В случае рассматриваемой здесь простой модели проблема исследования устойчивости довольно тривиальна, поскольку уравнение (2) допускает точное интегрирование. Свойство системы для данного случая имеет место и в большом.

Оказывается, что состояние x_s^1 является асимптотически устойчивым при $k < 0$ и неустойчивым при $k > 0$, состояния x_s^2 и x_s^3 также асимптотически устойчивы. Иными словами, ветви установившихся состояний x_s^2 и x_s^3 появляются в результате бифуркации в тот момент, когда состояние $x_s^1 = 0$ теряет устойчивость, причем сами эти ветви устойчивы.

На самом деле связь между надкритическим ветвлением и устойчивостью отнюдь не случайна. Согласно одному из общих результатов теории катастроф и бифуркаций [4-6] при нелинейной функции (1), надкритические ветви устойчивы, а подкритические неустойчивы. Отсюда видно, что установившиеся состояния системы (2) непосредственно определяются коэффициентом усиления *k*, независимо от постоянной интегрирования, и нелинейный закон управления (1) придает системе устойчивость при любом изменении параметра *k* в допустимых пределах.

2. Рассматривается устойчивость свободного движения в линейной САУ второго порядка (Рис.2). Объектом управления является интегрирующее звено с постоянной интегрирования T_1, исполнительным устройством - интегрирующий сервомотор с постоянной интегрирования T_2.

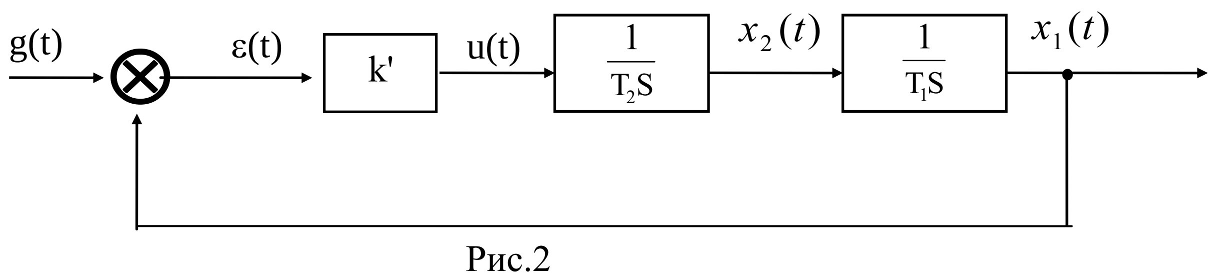

Рис.2

Уравнения состояния системы относительно переменной $x_1(t)$ и $x_2(t)$ имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = \dfrac{1}{T_1}x_2 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = \dfrac{k}{T_2}x_1 \end{cases} \qquad (3)$$

Как известно, что система (3) при линейном законе управления $u = kx_1$ при любых значениях k, либо находится на границе устойчивости (k<0), либо неустойчива (k >0). Таким образом, в рамках линейного закона управления не удается обеспечить устойчивость системе (3).

3. САУ для астатического объекта второго порядка законы управления, которым выбираются в классе структурно устойчивых отображений в виде однопараметрических структурно устойчивых отображений $u_1 = -x_1^3 + k_1x_1$, $u_2 = -x_2^3 + k_2x_2$, представлена на Рис.3.

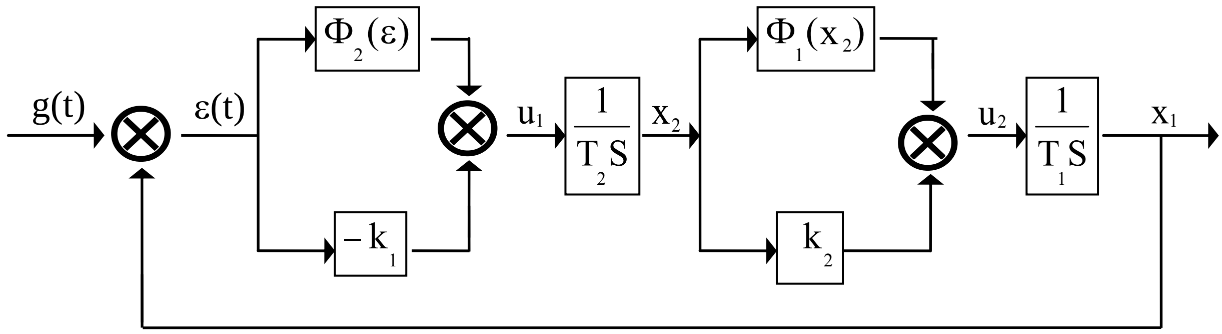

Рис.3.

Предполагается, что задающее воздействие $g(t)$ является постоянным или равным нулю ($g(t) = 0$). Уравнения состояния системы относительно переменных x_1 и x_2 записывается в виде:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = \dfrac{1}{T_1}(-x_2^3 + k_2x_2) \\ \dfrac{dx_2}{dt} = \dfrac{1}{T_2}(-x_1^3 + k_1x_1) \end{cases} \qquad (4)$$

Система (4) имеет установившиеся состояния: $x_{1s}^1 = x_{2s}^1 = 0$, $x_{1s}^{2,3} = \pm\sqrt{k_1}$ и $x_{2s}^{2,3} = \pm\sqrt{k_2}$. Стационарные состояния $x_{1s}^{2,3}$ и $x_{2s}^{2,3}$ сливаются с $x_{1s}^1 = x_{2s}^1 = 0$ при коэффициенте $k_1 = k_2 = 0$ и ответвляются от него при $k_1 > 0$ и $k_2 > 0$.

Исследуется устойчивость этих стационарных состояний системы (4) на основе идеи первого метода А.М. Ляпунова.

Анализ показывает, что состояния $x_{1s}^1 = x_{2s}^1 = 0$ являются асимптотически устойчивыми при $k_1 < 0$ и $k_2 < 0$ и неустойчивым при $k_1 > 0$ и $k_2 > 0$, но установившиеся состояния $x_{1s}^{2,3} = \pm\sqrt{k_1}$ и $x_{2s}^{2,3} = \pm\sqrt{k_2}$, определяемые непосредственно коэффициентами усиления при $k_1>0$ и $k_2>0$ будут также асимптотически устойчивы.

4. Обычно в реальных САУ в связи с трудностями получения точных значений производных от переменных состояния, управляющее воздействие формируется только по выходной координате. Покажем возможность подачи управляющего воздействия по выходной координате на примере астатического объекта второго порядка, выбирая закон управления в классе структурно устойчивых отображений в виде $u=-x_1^3+kx_1$. Структурная схема рассматриваемой САУ представлена на рис. 4.

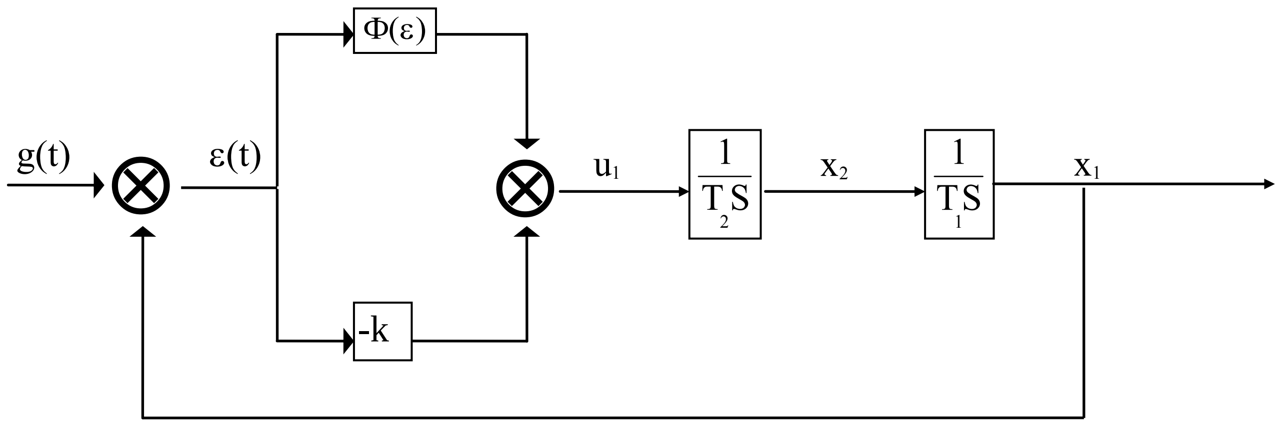

Рис.4.

Описание системы представленной на рис. 4 имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt}=\dfrac{1}{T_1}x_2 \\ \dfrac{dx_2}{dt}=\dfrac{1}{T_2}(-x_1^3+kx_1) \end{cases} \qquad (5)$$

Система (5) имеет стационарные состояния $x_{1s}^1=x_{2s}=0$ и $x_{1s}^{23}=\pm\sqrt{k}$, $x_{2s}=0$. Стационарные состояния $x_{1s}^{23}=\pm\sqrt{k}$, $x_{2s}=0$ сливаются с $x_{1s}^1=x_{2s}=0$ при коэффициенте усиления $k=0$ и ответвляются от него только при $k>0$.

Анализ (5) первым методом Ляпунова показывает, что для устойчивости стационарного состояния $x_{1s}^1=x_{2s}=0$ необходимо и достаточно, чтобы коэффициент усиления k всегда принимал значения меньше нуля ($k<0$), а для устойчивости состояния $x_{1s}^{23}=\pm\sqrt{k}$, $x_{2s}=0$ необходимо и достаточно, чтобы коэффициент усиления k был всегда больше нуля ($k>0$).

Таким образом, условия устойчивости систем с законом управления в классе структурно устойчивых отображений показывает, что

- система с линейным законом управления для астатического объекта первого порядка, устойчивая только в ограниченной области, становится робастно устойчивой в предельно широкой области изменений параметров объекта и устанавливаемых значений параметров регулятора;

- система с линейным законом управления для астатического объекта второго порядка, неустойчивая при любых значениях параметров, становится не только устойчивой, но и не имеет ограничений на изменение неопределенных параметров объекта и устанавливаемых параметров регулятора, при которых сохраняется устойчивость .

Разработаны модели, методы анализа и синтеза законов управления в классе структурно устойчивых отображений для объектов высокого порядка (с одним входом и выходом, m-входами и n-выходами) и для объекта с матрицей с группами вещественных простых, кратных и комплексно-сопряженных собственных значений. Показано, что предлагаемые методы синтеза законов управления в классе структурно устойчивых отображений обеспечивают проектируемой нелинейной системе предельную (наибольшую) область робастной устойчивости по неопределенным параметрам объекта и изменяемым параметрам регулятора в области переменных состояния и канонических координат объекта управления.

Список литературы

1. Siliak D.D. Parameter Space Method for Robust Control Design: A Guided Tour // IEEE Trans. On Automatic Control. 1989/ AC -34. N 7.
2. Vidyasagar M. Control System Synthesis: A Factorisation Approach.: The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1985.
3. Kwakernaak H. Robust Control. H_∞- Optimization. Universitety, Twente, 1992.
4. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения .- М.: Мир, 1980.
5. Томпсон Дж., Майкл Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике. - М.: Мир, 1985.
6. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного.- М.: Мир, 1990.
7. Бейсембин М.А. Робастно устойчивые нелинейные системы первого и второго порядка. Труды Института проблем информатики и управления. Алматы, 1996.
8. Бейсенби М.А. Об одном подходе к построению робастной устойчивой системы управления. Материалы Международной научно-практической конференции. Современные проблемы информатики, управления и создания информационных технологий и систем. Алматы, 1997.

9. Бейсембин М.А. Построение робастных нелинейных регуляторов для объектов высокого порядка с одним входом и выходом. Труды Института проблем информатики и управления. Алматы, 1996.

10. Директор С., Рорер. Введение в теорию систем. М.: Мир, 1974.

11. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. /Под ред. В.В.Солодовникова.- М.: Машиностроение. Кн. 1.- 1967.