
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ
УНИВЕРСИТЕТІ



ЕВРАЗИЙСКИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. Л.Н. ГУМИЛЕВА

L.N. GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY

ХАБАРШЫ

1995 жылдың қантарынан жылына 6 рет шығады

I бөлім

№ 6 (97) · 2013

ВЕСТНИК

выходит 6 раз в год с января 1995г.

I часть

HERALD

Since 1995

I part

Астана

Жаратылыстану және техникалық
ғылымдар сериясы
Серия естественно-технических наук
Natural and technical Series

Жылына 3 рет шығады

Выходит 3 раза в год
Published 3 times a year

Бас редактор: **Е.Б. Сыдықов**

ҚР ҰҒА құрметті мүшесі, тарих ғылымдарының докторы, профессор

Редакция **Ж.З. Оразбаев** (жауапты редактор)

алқасы: *техника ғылымдарының
докторы, Қазақстан*

Р.І. Берсімбаев

*ҚР ҰҒА академигі,
биология ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

Н.Т. Темірғалиев

*физика-математика ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

Л.К. Құсайынова

*физика-математика ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

Н.Ә. Боқаев

*физика-математика ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

Н.Ж. Джайчибеков

*физика-математика ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

А.А. Адамов

*техника ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

Қ.А. Кутербеков

*физика-математика ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

Р.М. Мырзакулов

*физика-математика ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

А.Т. Ақылбеков

*физика-математика ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

И.С. Іргебаева

*химия ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

К.М. Джаналеева

*география ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

Т.М. Байтасов

*техника ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

Н.Л. Шапекова

*медицина ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

С.А. Абиев

*биология ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

М.Р. Хантурин

*биология ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

М.Ә. Бейсенби

*техника ғылымдарының
докторы, профессор, Қазақстан*

Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық университетінің баспасы

МАЗМҰНЫ

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА		МАТЕМАТИКА
<i>К.Т. Искаков, А.Л. Карчевский</i>		
Алгоритмы распараллеливания для решения обратной задачи акустики		5
<i>Б.Г. Муканова</i>		
Восстановление распределения источников тепла по граничным измерениям температуры: численный метод		12
<i>Н.А. Бокаев, А.Т.Сыздыкова</i>		
Классы функций многих переменных ограниченной р-флуктуации и приближение функций полиномами по мультипликативным системам		18
ИНФОРМАТИКА		ИНФОРМАТИКА
<i>А.А. Шарипбаев, А.С. Омарбекова, А.Б. Барлыбаев</i>		
Информационная безопасность в интеллектуальном электронном университете		26
<i>Б.Г. Муканова, К.Т. Искаков</i>		
Компьютерное моделирование одной задачи георадиолокации		36
<i>Ху Вен-Цен, Т.К. Жукабаева</i>		
Временная декомпозиция задач управления СТС		44
<i>Л.Л. Ла, А.А. Муханова, А.Ж. Сатекбаева, Д.А. Тусупов</i>		
Исследование и разработка новых моделей, методов для решения многокритериальных задач принятия решений в условиях неопределенности		49
<i>Ж.М. Ташенова, Э.Н. Нұрлыбаева, У.Б. Утебаев, А.Қ. Құдайқұлов</i>		
Жоғары температурада жұмыс жасалатын өзекшенің құрылым элементінің жылумеханикалық күйін анықтаудың алгоритімі және бағдарламалық кешені		61
<i>Ху Вен-Цен, Т.К. Жукабаева</i>		
Пространственная декомпозиция задач управления СТС		69
<i>А.Ә. Шәріпбаев, Ә.К. Бөрібаева</i>		
Қазақ тілі дыбыстарын фонетикалық және фонологиялық талдау		75
<i>М.П. Фархадов, С.А. Кудубаева, Г.Н. Ермагамбетова</i>		
Теория скрытых Марковских моделей и ее применение для распознавания речи		90
<i>Г.З. Абдыбаева, А.О. Тохаева, Б.М. Шайжанов</i>		
"1С:Предприятие 7.7" ортасында "Учет коммунальных платежей" конфигурациясын құру ..		94
<i>С. А. Кульмаммиров, Б. Кошоева</i>		
Алгоритм численного дифференцирования временных сигналов экспоненциальными функциями		98
<i>Г. Баенова, А. Исайнова</i>		
Анализ моделей управления рисками в информационных системах		104
<i>Г.З. Абдыбаева, М.К. Шайжанов, Б.А. Серимбетов</i>		
Магистратурада бөлімінде оқу процессін басқарудың автоматтандырылған жұмыс орнын құру		108
<i>А. С. Өзбекова, Г.М. Абыльдинова</i>		
Использование учебной игры как один из методов проверки знаний по информатике для 6-ых классов		112
<i>Г.З. Абдыбаева, М.К. Шайжанов, Г.И. Серикбаева</i>		
Бидайды кептіру технологиялық үрдісінің автоматталған басқару жүйесін құру мәселелері		117
<i>М.Г. Жартыбаева, А.Т. Қусаинова</i>		
Выявление и анализ искажений сигналов при зондировании исследуемой среды.....		124
<i>Т. Миргаллиқызы</i>		
Тереңдіктегі бір текті емес орта құрылымын магнитотеллурикалық зондтау әдісімен зерттеуде қолданылатын бағдарламалы аппаратық кешендер		129
ФИЗИКА		ФИЗИКА
<i>А.В.Русакова, А.Т. Ақилбеков</i>		
Образование центров окраски в кристаллах LiF под воздействием пучков ионов высоких энергий натрия и криптона		141
<i>Т.Н.Нұрахметов, К.А.Кутербеков, А.Ж.Кайнарбай, А.М.Жунусбеков, Ж.М.Салиходжа, К.Ж.Бекмырза, С.Пазылбек, Д.Х.Дауренбеков, А.А.Губаева, А. Ахметова, А.Бірлес</i>		
Преобразование энергии электромагнитного излучения в сульфатах		

щелочных металлов с не эквивалентно расположенными в кристаллической решетке автолокализованными дырками	146
<i>А.С. Ногай, Д.Е. Ускенбаев, А.А. Ногай, В.В. Александровский</i>	
Диэлектрические и проводящие свойства твердых растворов в системе $\text{Vi}_4\text{V}_{2-x}\text{Fe}_x\text{O}_{11-\delta}$...	151
<i>Т.Н. Нурахметов, К.А. Кутербекоев, Н.И. Темиркулова, А.Ж. Кайнарбай, Б. Садыкова, Д.Х. Дауренбеков, А.А. Губаева, К. Ташкалиев, О. Тлеугабылов, Ш. Дюненбаева, Ж. Туркумбаев, А. Бірлес</i>	
Оптические характеристики люминесцентных концентратов на основе квантовых точек для полупроводниковых преобразователей	160
<i>А.Ж. Жамалов, Г.У. Абуова</i>	
Кіріс радиация, жылу шығыны және жылыжайдағы тәуліктік аккумуляцияланған энергия	166
<i>А.С. Ногай, Р.Х. Ишембетов, М.Х. Балапанов, Р.А. Яжибаев, Т.Н. Нурахметов, К.А. Кутербекоев, Г.А. Алманов</i>	
Термогенерационные и проводящие свойства твердых растворов на основе селенида меди	172
<i>М.К. Мырзахмет, Б. Далелхан, С.Р. Есенгалли, К.Н. Баймагамбетов</i>	
Сульфат калий нанокристаллын полисорбтың коллоидты ерітіндісі арқылы синтездеу	178
<i>С. А. Кульмамиров</i>	
Совершенствование образовательной программы РЭТ	183
<i>М.В. Здоровец, И.А. Иванов, В.В. Александренко, С.Г. Козин, Б.К. Абышев</i>	
Отработка режима ускорения ионов $^{132}\text{Xe}^{22+}$ с энергией 1,75 МэВ/нуклон на циклотроне ДЦ-60	189
<i>К.К. Ержанов, У.А. Уалиханова</i>	
Решение космологических задач в моделях $F(T)$ – гравитации	197
<i>Т.Р. Конурбаев, С.А. Nurkenov, К.К. Ibraev, В.А. Prmantaeva, Г.А. Skakova</i>	
The production and use of labeled positron-emitting radionuclides of ^{18}F (FDG) in nuclear medicine	201
<i>О.В. Разина, З.К. Макишева</i>	
Космология g-эссенции с взаимодействием типа Юкавы	208
<i>А.М. Сыздыкова, Г.Н. Шайхова</i>	
Үшөлшемді синус-Гордон тендеуінің солитондары	215
<i>О.В. Разина, А.М. Азимханова</i>	
Космологическая эволюция скалярно-фермионных моделей	223
<i>Н.С. Серикбаев, А.К. Махамбетова, С.Т. Жакупаева</i>	
Элементарный состав и низшая теплота сгорания ТБО г. Астана и продуктов его переработки методом пиролиза	228
<i>О.В. Разина, Ж.М. Сагидуллаева</i>	
Газ Чаплыгина и решаемая фермионная космология	233
<i>К. Mardan</i>	
Knot Universes in Bianchi Type I and III Cosmology	239

УДК 519.6, 519-7, 550.3

Б.Г. Муканова, К.Т. Искаков

Компьютерное моделирование одной задачи георадиолокации

(Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан)

Рассматривается прямая задача георадиолокации вертикально-слоистой среды. Исходные уравнения для электромагнитного поля записаны в частотной области по времени и одной из пространственных координат. Рекуррентный метод, применяемый обычно для задач зондирования постоянным током, переработан для задачи зондирования вертикально-слоистой среды методом георадиолокации. Показано, что в отличие от случая постоянного тока характер отклика среды на возбуждение зависит от частоты, длины волны, скорости волны в среде. Выведены полу-аналитические формулы для Фурье-образов волнового поля в среде и показан пример численного расчета преобразованного поля.

Ключевые слова: георадиолокация, слоистая среда, волновое поле, электродинамика

В качестве базовой модели для описания электромагнитных процессов в среде мы будем рассматривать уравнения Максвелла [1] для описания распространения электромагнитных волн в среде (в системе СИ):

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} E - \operatorname{rot} H + \sigma E + j^{\text{CT}} &= 0, z > 0, t > 0 \\ \mu \frac{\partial}{\partial t} H + \operatorname{rot} E &= 0, z > 0, t > 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $E = (E_1, E_2, E_3)^T$, $H = (H_1, H_2, H_3)^T$ – векторы напряженности электрического и магнитного полей; σ , ε , μ – проводимость среды, ее диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно, j^{CT} – плотность сторонних токов.

Будем считать, что среда является вертикально неоднородной и имеет кусочно-постоянное распределение электрических характеристик σ , ε , μ . Если сторонний источник тока имеет вид

$$j^{\text{CT}} = -(0, 1, 0)f(t)\delta(z - z^*), \quad (2)$$

то при нулевых начальных и краевых условиях система (1) допускает решение, в котором будет ненулевой только одна компонента электрического поля E_2 . Рассмотрим модель N-слойной среды, описываемой параметрами

z_1, z_2, \dots, z_N – глубины залегания слоев, и величинами v_1, \dots, v_N – электрические свойства для каждого слоя ($v_i = \sqrt{\mu_i/\varepsilon_i}$).

Считаем, что в первом слое при $z=z_0$ на среду действует точечный источник.

После исключения магнитного поля и преобразований Фурье по времени и пространству

$$u = \int_0^\infty \int_0^\infty E_2(x, z, t) \exp(\lambda x - i\omega t) dx dt,$$

уравнение (1) с учетом граничных условий сводится к следующей краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 u}{dz^2} - Ru = f(\lambda)\delta'(z - z_0) \quad (3)$$

$$\left. \frac{du}{dz} \right|_{z=0} = 0, u \rightarrow 0, z \rightarrow \infty$$

Здесь функция g есть кусочно-постоянная функция и задана значениями R_1, \dots, R_N для каждого слоя:

$$R_k = \lambda^2 - \frac{\omega^2}{v_k^2},$$

где λ и ω параметры преобразований Фурье.

Кроме этого, выполняются условия сопряжения, которые требуют непрерывности функции и ее первой производной на границах слоев:

$$[u] |_{z=z_k} = 0, \left[\frac{du}{dz} \right] \Big|_{z=z_k} = 0, k = 2, 3, \dots, N \quad (4)$$

а также условие скачка на точечном источнике при $z=z_0$ вида:

$$[u] |_{z=z_0} = f(\lambda), \left[\frac{du}{dz} \right] \Big|_{z=z_0} = 0, \quad (5)$$

Заметим, что решение $u(\omega, x, z)$ для фиксированного значения частоты ω описывает решение для гармонического источника с частотой ω .

Очевидно, внутри каждого k -ого слоя уравнение имеет вид

$$\frac{d^2 u}{dz^2} - R_k u = 0, \quad (6)$$

общее решение которого записывается в виде

$$u_k(z) = C_k \exp(-r_k z) + D_k \exp(r_k z), \text{ если } R_k > 0 \quad (7)$$

либо в виде:

$$u_k(z) = C_k \exp(-iq_k z) + D_k \exp(iq_k z), \text{ если } R_k < 0, q_k = \sqrt{|R_k|} \quad (8)$$

и в виде

$$u_k(z) = C_k z + D_k, \text{ если } R_k = 0 \quad (9)$$

Мы будем единообразно рассматривать случаи положительных и отрицательных R_k на разных слоях, введя обозначение $r_k = \sqrt{R_k}$ независимо от знака R_k , тогда общее решение уравнения (6) записывается в как

$$u_k(z) = C_k \exp(-r_k z) + D_k \exp(r_k z), \quad (10)$$

для положительных и отрицательных R_k , и в виде (9) для нулевых R_k .

Условия сопряжения для могут быть записаны как:

$$-C_k r_k \exp(-r_k z_k) + D_k r_k \exp(r_k z_k) = -r_{k+1} C_{k+1} \exp(-r_{k+1} z_k) + r_{k+1} D_{k+1} \exp(r_{k+1} z_k)$$

$$C_k \exp(-r_k z_k) + D_k \exp(r_k z_k) = C_{k+1} \exp(-r_{k+1} z_k) + D_{k+1} \exp(r_{k+1} z_k) \quad (11)$$

Если на слое с номером k величина R_k равна нулю то для границы между k -ым и $k+1$ -ым слоями выполнено условие сопряжения

$$C_k = -C_{k+1} r_{k+1} \exp(-r_{k+1} z_k) + D_{k+1} r_{k+1} \exp(r_{k+1} z_k) \quad (12)$$

$$C_k z_k + D_k = C_{k+1} \exp(-r_{k+1} z_k) + D_{k+1} \exp(r_{k+1} z_k) \quad (13)$$

Введем для верхней границы каждого слоя вспомогательную функцию по аналогии с [2]:

$$T_k = \frac{u'_k(z_{k-1})}{u_k(z_{k-1})} = \frac{-C_k r_k \exp(-r_k z_{k-1}) + D_k r_k \exp(r_k z_{k-1})}{C_k \exp(-r_k z_{k-1}) + D_k \exp(r_k z_{k-1})} = \frac{-C_k r_k + D_k r_k \exp(2r_k z_{k-1})}{C_k + D_k \exp(2r_k z_{k-1})} \quad (14)$$

Если в слое $R_k = 0$, то

$$T_k = \frac{u'_k(z_{k-1})}{u_k(z_{k-1})} = \frac{C_k}{C_k z_{k-1} + D_k} \quad (15)$$

Введем обозначения для толщины слоя и параметров выражений (14):

$$t_k = z_k - z_{k-1},$$

$$\alpha_k = r_k z_{k-1}, \beta_k = r_k z_k, k=1, \dots, N-1. \quad (16)$$

Очевидно, в зависимости от того, какие знаки имеют величины R_k на соседних слоях, величины α_k, β_k могут быть либо чисто мнимыми, либо вещественными.

Поделив правые и левые части условий сопряжения (11) и учитывая определение (16) для $k+1$, получаем:

$$T_{k+1} C_k \exp(-\beta_k) + T_{k+1} D_k \exp(\beta_k) = -r_k C_k \exp(-\beta_k) + r_k D_k \exp(\beta_k), \quad (17)$$

если $R_k = 0$, то получаем:

$$T_{k+1} C_k z_k + T_{k+1} D_k = C_k \quad (18)$$

В случае, если $R_{k+1} = 0$ правая часть условий сопряжения (11) запишется иначе, однако вид формулы (7) не изменится.

По определению T_k имеем:

$$C_k T_k + D_k T_k \exp(2\alpha_k) = -C_k r_k + D_k r_k \exp(2\alpha_k), \quad (19)$$

либо

$$T_k C_k z_{k-1} + T_k D_k = C_k \quad (20)$$

Равенства (17) с (19) либо (18) с (20) можно рассматривать как линейную систему на коэффициенты C_k, D_k , условие совместности которой записывается в виде равенства нулю определителя системы:

$$\begin{vmatrix} T_{k+1} + r_k & (T_{k+1} - r_k) \exp 2\beta_k \\ T_k + r_k & (T_k - r_k) \exp 2\alpha_k \end{vmatrix} = 0,$$

либо

$$\begin{vmatrix} T_{k+1} z_k - 1 & T_{k+1} \\ T_k z_{k-1} - 1 & T_k \end{vmatrix} = 0,$$

что влечет:

$$(T_{k+1} + r_k)(T_k - r_k) \exp 2\alpha_k - (T_k + r_k)(T_{k+1} - r_k) \exp 2\beta_k = 0,$$

либо

$$T_{k+1} T_k z_k - T_k - T_{k+1} T_k z_{k-1} + T_{k+1} = 0.$$

После элементарных преобразований имеем:

$$T_k [(T_{k+1} + r_k) \exp 2\alpha_k - (T_{k+1} - r_k) \exp 2\beta_k] = r_k [(T_{k+1} + r_k) \exp 2\alpha_k + (T_{k+1} - r_k) \exp 2\beta_k]$$

и для случая $R_k = 0$

$$T_k[T_{k+1}(z_k - z_{k-1}) - 1] = -T_{k+1}$$

Последние соотношения позволяют получить рекуррентную формулу, выражающую T_k через T_{k+1} :

$$T_k = \frac{r_k[(T_{k+1}+r_k)\exp 2\alpha_k + (T_{k+1}-r_k)\exp 2\beta_k]}{(T_{k+1}+r_k)\exp 2\alpha_k - (T_{k+1}-r_k)\exp 2\beta_k} = r_k \frac{T_{k+1}(\exp 2\alpha_k + \exp 2\beta_k) + r_k(\exp 2\alpha_k - \exp 2\beta_k)}{T_{k+1}(\exp 2\alpha_k - \exp 2\beta_k) + r_k(\exp 2\alpha_k + \exp 2\beta_k)} \quad (21)$$

и для случая $R_k = 0$:

$$T_k = \frac{T_{k+1}}{1 - T_{k+1}t_k}. \quad (22)$$

Введем обозначение

$$\chi_k = \frac{\exp 2\alpha_k - \exp 2\beta_k}{\exp 2\alpha_k + \exp 2\beta_k} = \frac{1 - \exp(2r_k(z_k - z_{k-1}))}{1 + \exp(2r_k(z_k - z_{k-1}))} = -\tanh(r_k t_k) \quad (23)$$

Заметим, что для вещественного r_k формула (22) дает вещественные значения, а для мнимого r_k может быть преобразована к виду:

$$\chi_k = \frac{1 - \exp(2i\operatorname{Im}(r_k)t_k)}{1 + \exp(2i\operatorname{Im}(r_k)t_k)} = \frac{\exp(-i\operatorname{Im}(r_k)t_k) - \exp(i\operatorname{Im}(r_k)t_k)}{\exp(-i\operatorname{Im}(r_k)t_k) + \exp(i\operatorname{Im}(r_k)t_k)} = \frac{-i \sin(\operatorname{Im}(r_k)t_k)}{\cos(\operatorname{Im}(r_k)t_k)} = -i \tan(\operatorname{Im}(r_k)t_k)$$

и дает чисто мнимые значения

С учетом обозначения (24) формула (25) запишется в виде:

$$T_k = r_k \frac{T_{k+1} + r_k \gamma_k}{T_{k+1} \gamma_k + r_k} \quad (24)$$

Если $r_k \rightarrow 0$, то формула (24) также имеет смысл и вырождается в

$$T_k = \frac{r_k}{\gamma_k} = \frac{r_k}{-\tanh(r_k t_k)} \rightarrow \frac{r_k}{r_k t_k} = -\frac{1}{t_k} \quad (25)$$

Здесь $t_k = z_k - z_{k-1}$ - толщина k -го слоя. Если этот слой последний, то следует положить, $T_k = 0$ т.к. толщину слоя можно считать бесконечной.

Во всяком случае, если у нас имеется слой с $r_k = 0$, то для него величина T_k определена, и мы можем по рекуррентной формуле (24) вычислить величины T_i , $i=k-1, k-2, \dots, 1$

Пользуясь рекуррентной формулой (24), либо (22), имея в виду, что на последнем слое согласно условию убывания на бесконечности (для $R_k > 0$), необходимо, чтобы коэффициент DN в решении (10) был равен нулю, что влечет

$$T_N = -r_N.$$

Если же $R_k < 0$ то в последнем слое есть должны существовать лишь падающие волны вида $\exp i(kx - \omega t)$, поэтому из формулы (7) следует, что $C_N = 0$, откуда

$$T_N = r_N$$

Теперь мы можем рекуррентно восстановить величину T_1 , которая дает связь между константами C_1, D_1 для первого слоя согласно определению (14) и обозначениям (16):

$$(T_1 + r_1)C_1 + (T_1 - r_1)D_1 \exp 2\alpha_1 = 0 \quad (26)$$

либо

$$C_1(T_1 z_0 - 1) + T_1 D_1 = 0$$

Дополнительные условия для коэффициентов получим из условий сопряжения при $z=z_0$ и из условия при $z=0$:

Решение при $z \in [0, z_0)$ должно задаваться формулой $u = C_0 \cosh(r_1 z)$, либо $u = C_0 = const$ а условия сопряжения при $z=z_0$ дают:

$$\begin{aligned} C_1 \exp(-r_1 z_0) + D_1 \exp(r_1 z_0) - C_0 \cosh(r_1 z_0) &= f(p), \\ C_1 \exp(-r_1 z_0) - D_1 \exp(r_1 z_0) + C_0 \sinh(r_1 z_0) &= 0, \end{aligned} \quad (27)$$

либо, если $r_1 = 0$, то:

$$\begin{aligned} C_1 + D_1 - C_0 &= f(p), \\ C_1 - D_1 &= 0 \\ -C_1 + T_1 D_1 &= 0 \end{aligned}$$

Система (26-27) относительно коэффициентов C_0, C_1, D_1 является замкнутой и позволяет найти коэффициент C_0 , а вместе с ним и значение функции u при $z=0$.

Случай $r_1 = 0$ дает решение $D_1 = C_1 = 0, C_0 = -f(p)/2$. Этот случай соответствует специальному соотношению между толщиной слоя, частотой и длиной падающей волны. Физически нулевые значения коэффициентов D_1, C_1 соответствуют решению, когда среда является непрозрачной для волны данной частоты и волна не может проникнуть в среду.

Выведем формулы для случая, когда $r_1 \neq 0$.

Умножим первое уравнение (27) на $\cosh(r_1 z_0)$, а второе на $\sinh(r_1 z_0)$ и сложим, затем первое – на $\sinh(r_1 z_0)$, а второе – на $\cosh(r_1 z_0)$ и сложим, в результате получим:

$$\begin{aligned} C_1 + D_1 &= C_0 + f(p) \cosh(r_1 z_0), \\ C_1 - D_1 &= f(p) \sinh(r_1 z_0) \end{aligned}$$

Отсюда C_1, D_1 легко выражается через C_0 :

$$C_1 = \frac{C_0 + f(p) \exp(r_1 z_0)}{2}, D_1 = \frac{C_0 + f(p) \exp(-r_1 z_0)}{2},$$

Подставляя результат в (26) и выражая C_0 , получаем:

$$(T_1 + r_1)[C_0 + f(p) \exp(r_1 z_0)] + (T_1 - r_1)[C_0 + f(p) \exp(-r_1 z_0)] \exp(2r_1 z_0) = 0$$

и

$$U(0) = C_0 = -f(p) \frac{(T_1 + r_1) \exp(r_1 z_0) + (T_1 - r_1) \exp(-r_1 z_0)}{(T_1 + r_1) + (T_1 - r_1) \exp(2r_1 z_0)} \quad (28)$$

Эта формула может быть преобразована к виду:

$$\begin{aligned} U(0) = C_0 &= -f(p) \frac{2T_1 \exp(\alpha_1)}{T_1(1+\exp(2\alpha_1))+r_1(1-\exp(2\alpha_1))} = -f(p) \frac{2 \exp(\alpha_1)}{1+\exp(2\alpha_1)} \times \\ &\times \frac{T_1}{T_1 - r_1 \tanh(2\alpha_1)} = -f(p) \frac{1}{\cosh(\alpha_1)} \cdot \frac{T_1}{T_1 - r_1 \tanh(2\alpha_1)} \equiv f(p) \cdot g(p) \end{aligned} \quad (29)$$

С учетом того, что значение r_k может оказаться либо мнимым, для $R_k < 0$, либо вещественным, если $R_k \geq 0$, получим выражения для вещественных и мнимых частей функции T_k из рекуррентных формул (30) и (25).

Для мнимого r_k учтем, что

$$\chi_k = -i \tan(Im r_i t_i) \equiv -i \eta_k, r_k = i Im r_i \equiv i q_k,$$

тогда получим:

$$(ReT_k + i \cdot ImT_k) [(ReT_{k+1} + i \cdot ImT_{k+1}) \cdot (-i\eta_k) + iq_k] = (ReT_{k+1} + i \cdot ImT_{k+1} + q_k \cdot \eta_k) \cdot iq_k$$

Делаем элементарные преобразования:

$$(ReT_k + i \cdot ImT_k) [\eta_k ImT_{k+1} + i(-\eta_k ReT_{k+1} + q_k)] = -ImT_{k+1}q_k + iq_k(ReT_{k+1} + q_k\eta_k).$$

Отсюда, приравнявая вещественные и мнимые части, получаем:

$$\begin{cases} \eta_k ReT_k ImT_{k+1} - ImT_k(q_k - \eta_k ReT_{k+1}) = -ImT_{k+1}q_k, \\ ReT_k(q_k - \eta_k ReT_{k+1}) + \eta_k ImT_k ImT_{k+1} = q_k(ReT_{k+1} + q_k\eta_k) \end{cases}, \quad (30)$$

что образует линейную систему для определения вещественных и мнимых частей величины T_k через величину T_{k+1} .

Решая эту систему относительно ReT_k, ImT_k получаем рекуррентные расчетные формулы. Для случая вещественного r_k аналогичная система получается из равенства:

$$(ReT_k + i \cdot ImT_k) [(ReT_{k+1} + i \cdot ImT_{k+1}) \cdot \chi_k + r_k] = (ReT_{k+1} + i \cdot ImT_{k+1} + r_k \cdot \gamma_k) \cdot r_k$$

Приравнявая здесь вещественные и мнимые части получаем:

$$\begin{cases} ReT_k(ReT_{k+1}\chi_k + r_k) - \chi_k ImT_k ImT_{k+1} = (ReT_{k+1} + r_k \cdot \gamma_k) \cdot r_k \\ ReT_k ImT_{k+1}\chi_k + ImT_k(ReT_{k+1}\chi_k + r_k) = r_k ImT_{k+1} \end{cases} \quad (31)$$

Отсюда получаются рекуррентные расчетные формулы для случая вещественного r_k

Получим расчетные формулы для вещественной и мнимой частей функции u_0 .

Имеем:

$$U_0 = C_0 = -f(p) \frac{1}{\cosh(\alpha_1)} \cdot \frac{T_1}{T_1 - r_1 \tanh(2\alpha_1)} \equiv f(p) \cdot g(\dots), \quad (32)$$

Выведем выражения для вещественных и мнимых частей функции $g(\dots)$.

Если $R_1 > 0$, то

$$\frac{T_1}{T_1 - r_1 \tanh(2\alpha_1)} = \frac{ReT_1(ReT_1 - r_1 \tanh(2\alpha_1)) + (ImT_1)^2}{(ReT_1 - r_1 \tanh(2\alpha_1))^2 + (ImT_1)^2} + i \frac{ReT_1 ImT_1 - ImT_1(ReT_1 - r_1 \tanh(2\alpha_1))}{(ReT_1 - r_1 \tanh(2\alpha_1))^2 + (ImT_1)^2}, \quad (33)$$

а множитель $\frac{1}{\cosh(\alpha_1)}$ является вещественным, поэтому результат предыдущей формулы достаточно умножить на это выражение, чтобы получить функции $g(\dots)$.

Если $R_1 < 0$, то

$$r_1 \tanh(2\alpha_1) = iq_1 \frac{\exp(2iq_1 z_0) - \exp(-2iq_1 z_0)}{\exp(2iq_1 z_0) + \exp(-2iq_1 z_0)} = iq_1 \frac{i \sin(2q_1 z_0)}{\cos(2iq_1 z_0)} = -q_1 \tan(2q_1 z_0),$$

где $q_1 = Im(r_1)$ и

$$\frac{T_1}{T_1 - r_1 \tanh(2\alpha_1)} = \frac{ReT_1(ReT_1 + q_1 \tan(2q_1 z_0)) + (ImT_1)^2}{(ReT_1 + q_1 \tan(2q_1 z_0))^2 + (ImT_1)^2} + i \frac{ReT_1 ImT_1 - ImT_1(ReT_1 + q_1 \tan(2q_1 z_0))}{(ReT_1 + q_1 \tan(2q_1 z_0))^2 + (ImT_1)^2}. \quad (34)$$

С использованием элементарных тригонометрических формул преобразуем следующее выражение:

$$\frac{1}{\cosh(\alpha_1)} = \frac{2}{\exp(iq_1 z_0) + \exp(-iq_1 z_0)} = \frac{1}{\cos(q_1 z_0)}. \quad (35)$$

Формулы (33)-(35) используются нами для расчетов вещественных и мнимых частей функции u_0 .

Формула (32) представляет собой произведение образа Фурье мощности источника и некоторой функции, зависящей от свойств среды и возбуждающих частот:

$$g(\omega, \lambda, \dots) = -\frac{1}{\cosh(\alpha_1)} \cdot \frac{T_1}{T_1 - r_1 \tanh(2\alpha_1)}$$

Мы можем рассматривать функцию $g(\dots)$ как некий фильтр. Для решения прямой задачи достаточно рассчитать эту функцию найти ее обратное преобразование Фурье по параметру ω , тогда решение исходной задачи с произвольной функцией источника может быть получено в виде свертки функции фильтра с функцией источника.

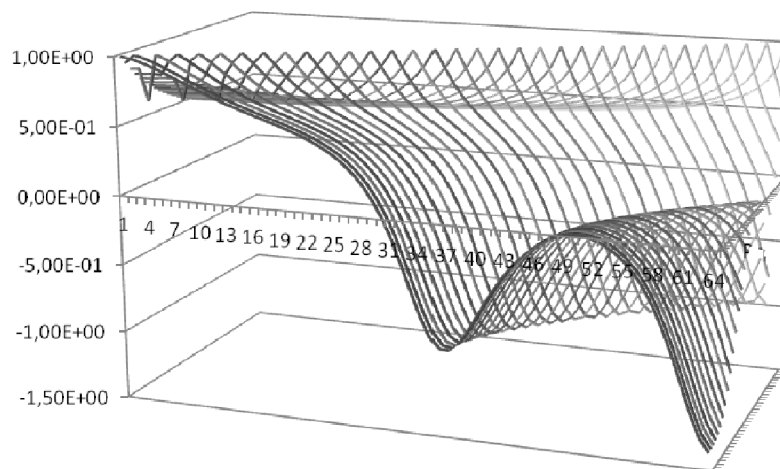


Рисунок 1.– Решение задачи в частотной области, вещественная часть преобразованной функции

На рисунках 1, 2 мы представили результаты расчета вещественной и мнимой частей результата преобразований Фурье описанным выше модифицированным методом послойного пересчета.

Изложенный выше метод позволяет получать решения в аналитическом виде в частотной области. Однако, для перевода в пространственную область, требуется провести обратное преобразование Фурье по переменной λ . Преобразование Фурье является весьма трудоемкой задачей, но для быстрого преобразования можно рассчитать и использовать алгоритмы быстрого преобразование. Для сравнения результатов в частотной области по времени, достаточно провести Фурье преобразование данных радарограмм.

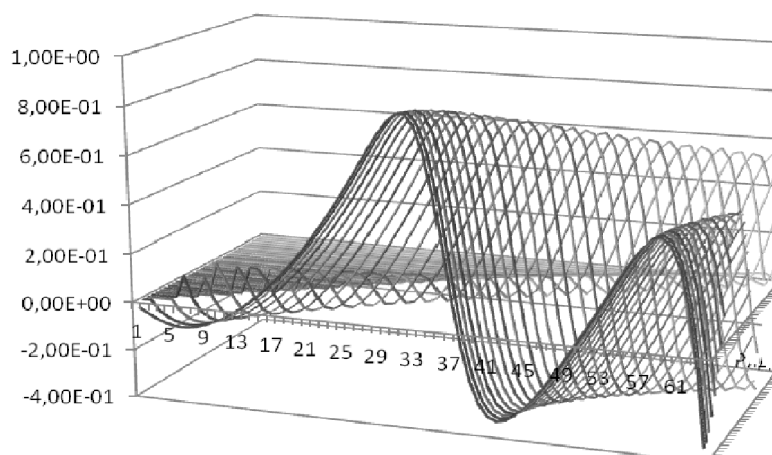


Рисунок 2.– Решение задачи в частотной области, мнимая часть преобразованной функции

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Л.Д. Ландау. Электродинамика сплошных сред. Т. VIII. // М, «Наука», 1982. –623 с
- 2 Куфуд О. Зондирование методом сопротивлений. М.: Недра, 1980. – 232 с.

REFERENCE

- 1 L.D. Landau. Jelektrodinamika sploshnyh sred. T. VIII. - M: Nauka, 1982. - 623 p.
- 2 Kufud O. Zondirovanie metodom soprotivlenij. - M.: Nedra, 1980. - 232 p.

Мұқанова Б.Г., Исаков Қ.Т

Георадиолокацияның бір есебінің компьютерлік пішіндеуі

Тік бағытта қабатталған ортаның георадиолокация есебі қарастырылған. Электр өрісін теңдеулері уақыт және бір кеңістік координат үшін түрлендірген қалыпында жазылған. Тұрақты токпен зерттеуге арналған қолданыстағы рекуррентті амалы айнымалы токпен георадиолокация амалымен мен ортаны зерттеуге арналып түрлендірілген. Тұрақты ток үшін алынатын шешідерге қарағанда бұл жағдайда есептің шешімі толқынның жиілігінен, ұзындығынан, ортадағы сигнал жылдамдығына тәуелді екені көрсетілген. Толқынды өрістің жартылай-аналитикалық формулалары қорытылып алынған. Түрлендірілген өрістің сандық шешуінің мысалы келтірілген.

Түйін сөздері: георадиолокация, қабатталған орта, толқынды өріс, электродинамика

Mukanova B.G., Iskakov K.T.

Computer modeling of a ground penetration radiolocation problem

The direct problem for GPR method is considered for vertically layered medium. Basic equations for the electromagnetic field are written in the transformed form for frequency domain for the time and one of the spatial coordinates. The recursive method used mainly for vertical electromagnetic sounding, is adapted for the problem of GPR -sounding for vertically layered medium. It is shown that, in contrast to the case of VES, nature of the response to excitation of the medium depends on the frequency, wavelength, wave velocity in the medium. A semi- analytical expressions for the Fourier transform of the wave field in the medium is derived. An example of a numerical calculation of the transformed field is represented.

Keywords: ground penetration radar, layered medium, waves' field, electrodynamics

Поступила в редакцию 15.10.13

Рекомендована к печати 30.10.13

Об авторах:

Муқанова Б. Г. - д. ф.- м. н., профессор кафедры Вычислительной техники Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева.

Исаков К. Т. - д. ф.- м. н., профессор, заведующий кафедры Вычислительной техники Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева