

С.И. Кабанихин

**Информационные технологии и обратные задачи в науке,
образовании и промышленности**

(Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилёва, г.Астана)

В статье изложены основные понятия и некоторые результаты по теории и численным методам решения обратных и некорректных задач [1-3]. Предмет работы является настолько новым относительно традиционных направлений математики и настолько глубоко связанным с другими направлениями самой математики, а также основных направлений науки, что его можно отнести к одним из важнейших достижений 20-го века. Определение некорректных задач широко известно, к ним относятся все те задачи, для которых не выполняется хотя бы одно из условий классической корректности (существование, единственность и устойчивость решения). Единого определения обратных задач нет. Однако, понятно, что «обратное» можно определить лишь по отношению к «прямому». В математической физике под прямыми задачами обычно понимают задачи моделирования какого-либо физического процесса. В прямых задачах требуется найти функцию, описывающую поведение какого-либо физического поля (электромагнитного, акустического, сейсмического, теплового и т.п.), в каждой точке исследуемой области и в каждый момент времени (если поле не стационарно).

В современной науке обратные и некорректные задачи с одной стороны стремительно развиваются почти во всех основных разделах математики (алгебра, анализ, геометрия, интегральные и дифференциальные уравнения, функциональный анализ, теория вероятностей, информатика и др.). С другой стороны, почти во всех научных дисциплинах (физика, химия, биология, лингвистика, психология, экономика и другие) исследователи приходят к выводу, что именно обратные задачи представляют наибольший интерес. В самом деле, искомые коэффициенты в основных математических уравнениях естествознания описывают важнейшие свойства окружающего мира, такие как плотность и теплопроводность вещества, электромагнитные, акустические и упругие параметры исследуемых моделей и многое другое.

Многие приложения обратных задач изложены в учебнике [1] и отражены в таблице 1.

Таблица 1

Обратные и некорректные задачи в приложениях	
Физика	<ul style="list-style-type: none"> • Квантовая теория рассеяния • Электродинамика • Акустика
Геофизика	<ul style="list-style-type: none"> • Сейсмика • Электроразведка • Гравирозведка, магниторазведка, терморазведка
Химия	<ul style="list-style-type: none"> • Сорбция • Молекулярная химия
Медицина	<ul style="list-style-type: none"> • УЗИ • ЯМР – томография • Рентген
Биология	<ul style="list-style-type: none"> • Исследование популяций • Анализ молекул • Биониформатика
Экономика	<ul style="list-style-type: none"> • Оптимальное управление • Финансовая математика
Экология	<ul style="list-style-type: none"> • Дистанционное зондирование • Радары, лидары, лазеры • Диагностика состояния воздуха, воды, земной поверхности
Промышленность	<ul style="list-style-type: none"> • Дефектоскопия • Неразрушающий контроль • Управление технологическими процессами

8

Там же можно найти примеры обратных и некорректных задач из различных областей математики (таблица 2).

Таблица 2

Обратные и некорректные задачи в математической геофизике	
Алгебра	<ul style="list-style-type: none"> • Несовместные системы • Плохо обусловленные системы • Вырожденные системы
Анализ	<ul style="list-style-type: none"> • Дифференцирование • Интерполяция • Суммирование рядов Фурье
Геометрия	<ul style="list-style-type: none"> • Восстановление функции по интегралам по прямым, окружностям, геодезическим • Задача Радона
Интегральные уравнения	<ul style="list-style-type: none"> • Уравнение Фредгольма и Вольтера первого рода • Нелинейные интегральные уравнения 1 рода
Дифференциальные уравнения	<ul style="list-style-type: none"> • Обратная задача рассеяния • Спектральные обратные задачи
Уравнения в частных производных	<ul style="list-style-type: none"> • Эллиптические • Параболические • Гиперболические • Интегро-дифференциальные
Операторные уравнения	<ul style="list-style-type: none"> • Обращение компактных операторов • Нелинейные операторные уравнения
Оптимальное управление	<ul style="list-style-type: none"> • Градиентные методы в некорректных задачах

8

Рассмотрим в качестве примера применение обратных задач в геофизике. Изучение глубоких недр твердой Земли создает особые трудности, так как они недоступны для прямых инструментальных измерений и визуализации. Вся научно-методологическая нагрузка ложится здесь на физико-математическую состоятельность и корректность математических моделей Земли, в том числе, междисциплинарных моделей, учитывающих многообразие количественных связей различных физических свойств объекта исследования.

Достоверность результатов определения физических и геометрических свойств

геологической среды существенно зависит не только от реалистичности и

полноты ее математического описания, но и от свойств математических операций, производимых над уравнениями и достаточно большими массивами

геофизических измерений.

Геофизические методы основаны на изучении физических полей на поверхности Земли (на суше и на море), в воздухе ([аэрогеофизика](#)), и под землей — в шахтах и скважинах ([каротаж](#)). Полученные данные используются для определения расположения и основных характеристик геологических структур и рудных тел.

Мы рассмотрим основные изучаемые физические поля и соответствующие им методы полевой геофизики:

Поле упругих колебаний — [Сейморазведка](#)

Гравитационное поле — [Гравиразведка](#)

Магнитное поле — [Магниторазведка](#)

Электрическое поле — [Электроразведка](#)

Поле ядерных излучений — [Радиометрия](#)

Термическое поле — [Терморазведка](#)

Каждому из перечисленных направлений геофизики соответствуют уравнения и системы уравнений математической физики, на основе которых можно ставить и решать как прямые, так и обратные задачи геофизики

В образовании теория обратных и некорректных задач оказалась одним из наиболее эффективных средств изложения естественно научных дисциплин вследствие ряда причин. Во-первых, эта теория наиболее полно отвечает принципу интеграции наук, объединяя на основе математических уравнений большинство дисциплин. Это позволяет эффективно использовать в образовании междисциплинарный подход, при котором, изучая курс обратных и некорректных задач, студенты повторяют на примерах практически все изучаемые ранее естественно научные дисциплины, глубже понимают их математические особенности, учатся решать возникающие при этом задачи. Во-вторых, изучение теории обратных и некорректных задач приводит к новому пониманию роли математики в обществе, к новому пониманию внутреннего единства и красоты самой математики. В-третьих,

именно при изучении этой теории появляется осознание роли математического моделирования, и вообще моделирования человеком окружающего мира.

Изучение обратных и некорректных задач необходимо начинать на третьем курсе математических и физических факультетов параллельно с уравнениями математической физики, постепенно переходя от простейших примеров (дифференцирование, интерполяция, обращение прямоугольных и плохо обусловленных матриц и т.п.) к наиболее сложным (задача Коши для уравнения Лапласа, коэффициентные обратные задачи и др.). Изучение курса обратных и некорректных задач также необходимо для всех специалистов, изучающих приложения математики, поскольку этот курс охватывает большую и наиболее сложную половину прикладной математики.

Преподавание курса обратных и некорректных задач существенно помогает преодолеть противоречие современной системы образования между стремительно возрастающим объемом информации, необходимой будущему специалисту, и строгой ограниченности по времени обучения.

Характерными особенностями курса обратных и некорректных задач являются:

1) возможность более глубокого познания сущности изучаемых физических явлений,

2) исключительная информационная насыщенность курса (практически все разделы математики плюс примеры из всех областей науки), что позволяет полнее реализовать принцип научности обучения,

3) большое количество внутривидовых связей, объединяющих на примерах обратных и некорректных задач различные математические дисциплины,

4) большое количество междисциплинарных связей, возникающих в результате проникновения обратных и некорректных задач практически во все науки.

В итоге, при изучении курса с одной стороны происходит углубление и закрепление знаний по всем математическим дисциплинам, с другой стороны, улучшается подготовка будущего специалиста к профессиональной работе.

В промышленности, и особенно в современных высоких технологиях, роль обратных и некорректных задач и численных методов их решения невозможно переоценить. Именно применение вычислительной техники позволяет оптимизировать технологические процессы, прогнозировать развитие различных регионов и отраслей промышленности, восстанавливать историю тех или иных процессов и событий и многое другое.

Теория обратных и некорректных задач получила в 20-ом веке необыкновенно бурное и глубокое развитие. В настоящее время в мире издаются 4 крупных международных журнала, а статьи по различным аспектам данной тематики появляются практически во всех крупнейших мировых научных изданиях во все возрастающем количестве. Издаются учебники, серии монографий, возникают национальные и международные

ассоциации, общества и фонды обратных задач. Издано 11 тысяч книг по обратным и некорректным задачам.

Работа поддержана грантами РФФИ 11-01-00105 и Минобрнауки (ФЦП ГК № 14.7.40.11.0350)

ЛИТЕРАТУРА

1. С.И. Кабанихин. Обратные и некорректные задачи, Новосибирск, 2008.
2. С.И. Кабанихин, М.А. Бектемесов, А.Т. Нурсейтова. «Итерационные методы решения обратных и некорректных задач с данными на части границы », Алматы-Новосибирск, 2008.
3. Романов В. Г., Кабанихин С. И. Обратные задачи геоэлектрики, Москва, Наука, 1991.
4. Алексеев А.С., Кабанихин С.И. Обратные задачи и новые технологии в геофизике. Труды международной конференции "Математические методы в геофизике", часть 1. Новосибирск, 2003. С. 11-20.
5. Л.А. Табаровский, С.И. Кабанихин, С.В. Мартаков и Н.Я. Шифон. Изучение диэлектрической проницаемости околоскважинного пространства в ранней стадии процесса становления // Исследования по условной корректности задач математической физики /АН СССР. Сибирское отделение. Новосибирск, 1989. с. 40-59.
6. Вержбицкий В.В., Кабанихин С.И, Мартаков С.В. Нестационарный диэлектрический каротаж на малых временах. Доклады Академии Наук СССР, 1994, том 337, N.3, с. 386-388.

Кабанихин С.И.

Ғылымдағы, білім берудегі және өнеркәсіптегі ақпараттық технологиялар мен кері есептер.

Мақалада кері және қисынсыз есептерді шешудің теориясы мен сандық әдістері бойынша негізгі ұғымдар және нәтижелер баяндалған. Жұмыс пәні математиканың дәстүрлі бағыттарына қатысты өте жаңашыл болып табылады. Математиканың басқа бағыттарымен, сонымен қатар, ғылымның негізгі бағыттарымен өте терең байланысқан болып табылады. Сондықтан да жұмысты 20 ғасырдың ең маңызды жетістіктерінің біріне жатқызуға болады.

Kabanihin S.I.

Information technology and inverse problem in science, formation and industry.

In article are stated main notions and some results on theories and the numerical method of the decision inverse and incorrect problems. The Subject of the work is so new for traditional directions mathematicians and so deeply connected with the other directions most mathematicians, as well as the main trends of the science that his(its) possible refer to one of the the most most important achievements 20-go age. The Determination of the incorrect problems broadly known, to he pertain all that problems, for which is not executed at least one of the conditions to classical correctness (existence, единственность and stability of the decision). The United determination of the inverse problems no. However, understandable that "inverse" possible define only to "direct". In mathematical physicist under direct problem usually understand the problems of modeling of some physical process. In direct problem is required find the function, describing behaviour of some physical field (electromagnetic, acoustic,

seismic, heat etc.), in each point of the under investigation area and at each moment of time (if field not stationary).