

УДК 519.87

**ЦЕСНАБАНКТИҢ "АСТАНАЛЫҚ" ФИЛАЛЫНЫҢ ЖҰМЫС
ҰЙЫМДАСТЫРУЫНЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ**

Зияталы Қымбат Ержанқызы

kymbat_01.01.98kz@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ Механика-математика факультетінің, 5В060100- Математика
мамандығының 4-курс студенті , Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – С.К. Рахимжанова

Қазіргі кезде экономиканың кез-келген саласында математиканы қолданбай тиімді шешу жасай алмайтынымыз анық. Күнделікті өмірде және өндірістік қызметте бір типті міндеттерді бірнеше рет шешуге арналған кең таралған жүйелер. Бұл жағдайда пайда болатын процестер қызмет көрсету процестерінің атауын, ал жүйелер - жаппай қызмет көрсету жүйелерінің (ЖҚКЖ) атауын алды. Жаппай қызмет көрсету жүйесінің теориясының негіздері дат математигі А. К. Эрланг еңбектерінде қаланды және көптеген отандық және шетелдік ғалымдардың еңбектерінде одан әрі дами түсті.

Жұмыстың мақсаты: аталған мекеменің жұмыс ұйымдастыру моделін құрастырып, оны зерттеп, тиімділігін анықтау.

Мәселелері:

- қажетті оқулықтар мен ғылыми әдебиеттерді түсініп, жинақтау;
- осы тақырыпқа қатысты статистикалық мәліметтерді жинау;
- ЖҚКЖ-нің моделін құрастыру;
- белгілі формулаларды қолданып, жүйенің негізгі параметрлерін есептеу;
- қорытынды шығару және осы мекеменің жұмысы бойынша ұсыныс беру.

Зерттеу объектісі - "Цеснабанк" АҚ, "Астаналық" филиал жұмысының моделі.

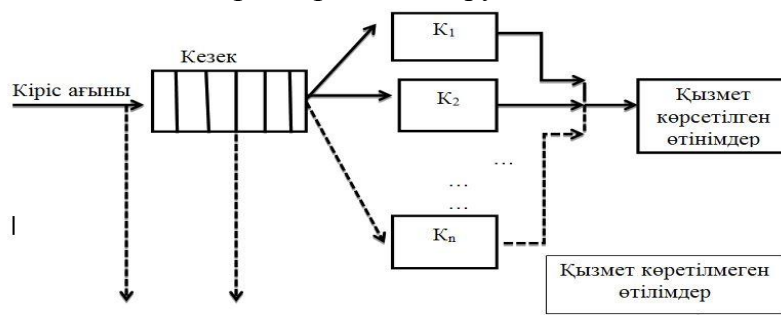
Зерттеу пәні - аталған мекеменің жаппай қызмет көрсету жүйесі.

"Цеснабанк" АҚ, "Астаналық" филиалы халыққа қызмет көрсету орны болып табылады. Банктік филиалда негізгі үш бөлім бар: кассалық, несиелік және ақпараттық. Заңды және физикалық тұлғаларға екі бөлім (кассалық және несиелік) қызмет көрсетеді. Ақпараттық бөлім ішінара қызметкерлерге арналған. Екі бөлімде барлығы 22 менеджер қызмет көрсетеді, олардың сегізі - касса, он төрті - физикалық және заңды тұлғалар бойынша қызмет атқарады.

1. Физикалық тұлға үшін 31 негізгі қызмет көрсету түрі бар. Олар: депозиттер, кеңес беру/аударманы жөнелту, қызмет көрсету/аударманы алу, сейфтік депозитарий, төлем карталары, төлем карталарын алу, ағымдағы шот, кассалық операциялар, касса және т.с.с.

2. Заңды тұлға үшін 12 негізгі қызмет көрсету түрі бар. Олар: заңды тұлға үшін шот ашу, заңды тұлға үшін өзгерістер енгізу, ағымдағы шотқа қызмет көрсету, платеждар мен аударымдар, шот ашу туралы консультация алу, шығарылым гарантиясы, сейфтік депозитарий, касса және т.с.с.

Осы мекеменің жұмыс ұйымдастыруына келесі ЖҚКЖ-ның сұлбасы сәйкес келеді.



Сур.1 Жаппай қызмет көрсету жүйесінің математикалық моделі.

Банктің жұмыс істеу моделін көп арналы, шексіз кезегі бар қызмет көрсететін ЖҚКЖ-сі ретінде ала аламыз. Оның жалпы моделі келесідей болады.

ЖҚКЖ-не келіп түсетін өтінім ағымы қарқындылығын - λ -ға, ал қызмет көрсету ағымының қарқындылығы μ -ға тең деп алайық. ЖҚКЖ-нің жай-күйінің шекті ықтималдылығын және оның тиімділік көрсеткішін табу қажет.

ЖҚКЖ-сі өтінімдердің саны бойынша $S_0, S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_n, \dots$ нөмірленетін жағдайлардың бірінде болуы мүмкін:

S_0 - жүйеде бірде-бір өтінім жоқ (барлық арна бос);

S_1 - 1 арна бос емес, қалғаны бос;

... ..

S_k - k арна бос емес, қалғаны бос;

...

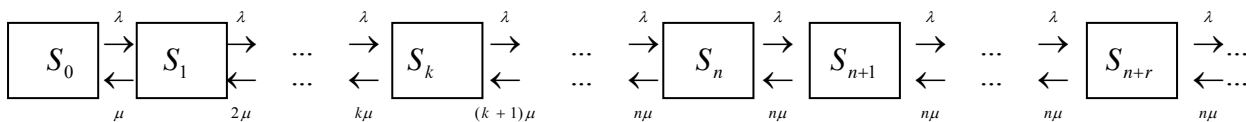
S_n - барлық n арналар бос емес, (кезек жоқ);

S_{n+1} - барлық парналар бос емес, кезекте бір өтінім бар;

... ..

S_{n+r} - барлық n каналдар бос емес, r өтінім кезекте тұр,

Жүйе графтар теориясы жағдайында келесідей келтірілген:



Сур.2 Жүйеніңжай-күйі.

ЖҚКЖмен графжүйесінен аударсақ, графжүйесінің ЖҚКЖ-
 нен айырмашылығы қызмет көрсету ағымының қарқындылығы тұрақты болып қалмайды,
 ал өтінімдердің санына қарай ЖҚКЖ-де 0-ден n -ге, μ -ден $n\mu$ -ге дейін өзгереді.
 Осылайша қызмет көрсету арналары өсе береді. ЖҚКЖ-де өтінімдер саны n
 арна санына қарағанда үлкен, алағымның қарқындылығы $n\mu$ -ға тең болып қалады.

$\rho/n < 1$ болғанда шекті ықтималдылық бар болады. Ал $\rho/n \geq 1$ болғанда кезек шексіз өседі. Өлім мен көбею процесі үшін

$$p_0 = \left(1 + \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{21}\lambda_{10}} + \dots + \frac{\lambda_{n-1,n}\dots\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1}\dots\lambda_{21}\lambda_{10}} \right)^{-1}, \quad (1)$$

$$p_1 = \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} p_0, \quad p_2 = \frac{\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{21}\lambda_{10}} p_0, \dots, p_n = \frac{\lambda_{n-1,n} \dots \lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1} \dots \lambda_{21}\lambda_{10}} p_0. \quad (2)$$

формулаларын пайдалана отырып, шексіз кезекті n арналы ЖҚЖ үшін келесі формулаларды ала аламыз

$$p_0 = \left(1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} \right)^{-1}, \quad (3)$$

$$p_1 = \frac{\rho}{1!} p_0, \dots, p_k = \frac{\rho^k}{k!} p_0, \dots, p_n = \frac{\rho^n}{n!} p_0, \quad (4)$$

$$p_{n+1} = \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} p_{0, \dots}, p_{n+r} = \frac{\rho^{n+r}}{n^r \cdot n!} p_{0, \dots} \quad (5)$$

Өтінімнің кезекте болу ықтималдылығы,

$$P_{\kappa\epsilon 3} = \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} p_0. \quad (6)$$

Шексіз кезекті n-арналы ЖҚКЖ үшін, бұрынғы әдіс-тәсілдерді қолдана отырып: жұмыс істейтін арналардың орташа санын

$$\bar{k} = \frac{\lambda}{\mu} = \rho, \quad (7)$$

кезектегі өтінімдердің орташа санын

$$L_{\kappa e3} = \frac{\rho^{n+1} p_0}{n \cdot n! \left(1 - \frac{\rho}{n}\right)^2}, \quad (8)$$

жүйедегі өтінімдердің орташа санын

$$L_{\text{жвие}} = L_{\text{кез}} + \rho. \quad (9)$$

анықтай аламыз.

Өтінімдердің кезекте болуының және өтінімнің жүйеде болуының орташа уақыттары, келесі формулалар (Литтл формулалары) бойынша табылады.

$$T_{жyйe} = \frac{1}{\lambda} L_{жyйe}, \quad (10)$$

$$T_{ke3} = \frac{1}{\lambda} L_{ke3}, \quad (11)$$

$\rho < 1$ кезінде шексіз кезектілігі бар ЖҚКЖ үшін жүйедегі кез-келген өтінімге қызмет көрсетіледі, яғни істен шығу ықтималдығы $P_{ic.шылг} = 0$ салыстырмалы өткізу қабілеті $Q=1$, ал абсолютті өткізу қабілеті өтінімдердің кіріс ағынының қарқындылығына тең, яғни $A = \lambda$.

Цеснабанк" АҚ-ның базасынан алынған 2019 жылғы қаңтар айындағы физикалық тұлғалардан түскен несиелік және кассалық бөлімдерге түскен өтінімдер бойынша ақпаратты қарастырайық.

I. Несиелік бөлім.

1-кесте

Банктегі орташа басылып шыққан талондар саны мен уақыты

№	Сервис	Басылған талондардың жалпы саны	Қызмет көрсетудің орташа уақыты
1	Физикалық тұлға үшін депозит	1092	7.0
2	Кеңес беру/Аударманы жөнелту	622	10.0
3	Сейфтік депозитарий	193	12.0
4	Төлем карталары	788	9.0
5	Төлем карталарын алу	203	6.0
6	Ағымдағы шот	514	10.0
7	Шот ашу	172	27.0
8	Ағымдағы шотқа қызмет көрсету	2175	8.0
9	Шығарылым гарантиясы	16	19.0
10	Сейфтік депозитарий	6	1.0

Барлық ақпаратты ескере отырып, орташа басылып шыққан талондар санын есептейміз.

$$1092+622+193+788+203+514+172+2175+16+6=5781$$

$$5781/25 \text{ (жұмыс күні)}=231.24$$

$$231,24/8 \text{ (жұмыс уақыты)}=28,905 \approx 29$$

$$\lambda = 29 \text{ талон сағ.}$$

Енді орташа уақытты есептейік.

$$1092*7+622*10+193*12+788*9+203*6+514*10+172*27+2175*8+16*19+6*1=51984$$

$$51984/5781=8,99 \approx 9$$

$$\bar{t}_{op} = 9 \text{ мин}$$

Сонымен, банкке келген клиенттер ағымының орташа қарқындылығы $\lambda = 29$ талон сағ. Менеджерлердің клиенттерге қызмет көрсетуінің орташа уақыты $\bar{t}_{op} = 9$ мин. Банктің тиімді жұмысын ұйымдастыру үшін жүйенің келесі параметрлерін есептейік:

а. Кезек саны шексіздікке жетпейтіндей және қызмет көрсетуде $n = n_{\min}$ болатындай, минималды қызмет көрсете алатын менеджерлердің санын $n_{\min}$ анықтайық.

$$\text{Есептің шарты бойынша } \lambda = 29 \text{ (1/сағ)} = 29/60 = 0,48 \text{ (1/мин)}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \lambda \bar{t}_{op} = 0,48 \cdot 9 = 4,32$$

$$\rho / n < 1 \text{ шарты орындалғанда кезек саны шексіздікке қарай өспейді, яғни } \rho < n = 4,32.$$

Сондықтан менеджерлердің минималды саны $n_{\min} = 5$

ЖҚКЖ-нің $n=5$ болғандағы сипаттамасын табамыз.

(3) формуласы бойынша есептеу торабында клиентердің жоқ болу ықтималдылығы

$$p_0 = (1 + 4,32/1! + 4,32^2/2! + 4,32^3/3! + 4,32^4/4! + 4,32^5/5! + 4,32^6/5!(5-4,32))^{-1} = 0,0074$$

яғни 0,74% менеджерлер бос тұрып қалады.

(6) формула бойынша есептеу торабында кезек болу ықтималдылығы,

$$P_{\text{кез}} = \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} p_0 = \frac{4,32^{5+1}}{5!(5-4,32)} \cdot 0,0074 \approx 0,59.$$

(8) формула бойынша кезекте тұрған клиенттердің орташа саны,

$$L_{\text{кез}} = \frac{\rho^{n+1} p_0}{n \cdot n! (1 - \frac{\rho}{n})^2} = \frac{4,32^{5+1} \cdot 0,0074}{5 \cdot 5! (1 - \frac{4,32}{5})^2} = 48,098742/11,0976 = 4,3341.$$

(11) формула бойынша кезекте күтудің орташа уақыты,

$$T_{\text{кез}} = \frac{1}{\lambda} L_{\text{кез}} = 4,3341/0,48 = 9,0293.$$

(9) формула бойынша есептеу торабындағы клиенттердің орташа саны,

$$L_{\text{жүйе}} = L_{\text{кез}} + \rho = 4,334 + 4,32 = 8,6541.$$

(10) формула бойынша есептеу торабындағы клиенттердің орташа болу уақыты,

$$T_{\text{жүйе}} = \frac{1}{\lambda} L_{\text{жүйе}} = 8,6541/0,48 = 18,0294 (\text{мин}).$$

(7) формула бойынша клиенттерге көмек көрсететін менеджердің орташа саны,

$$\bar{k} = \frac{\lambda}{\mu} = \rho = 4,32.$$

Қызмет көрсету менайналысатын менеджерлердің коэффициенті (үлесі),

$$\bar{k} = \rho/n = 4,32/5 = 0,864.$$

Есептеу торабының абсолюттік өткізу қабілеті $A=0,48(1/\text{мин})$ немесе 29 клиент сағ.

Қызмет көрсету сипаттамаларын талдау. Есептеу нәтижесінде минималды 5 менеджер қызмет атқарған кезде есептеу торабына едәуір артық күш түседі.

ә. Шығындардың $C_{\text{сал}}$ салыстырмалы шамасына қатысты менеджерлердің $n_{\text{онт}}$ шамасы, қызмет көрсету арналарының мазмұнындағы шығындар және клиенттердің кезегінің көптігімен байланысты. Мысалы, $C_{\text{сал}} = \frac{1}{\lambda} n + 3T_{\text{кез}}$ болғанда минималды мән қабылдайды сонымен қатар $n = n_{\text{мин}}$ және $n = n_{\text{түім}}$ болғандағы қызмет көрсету сипаттамаларын салыстыру.

$n=5$ болғандағы шығындардың салыстырмалы шамасы,

$$C_{\text{сал}} = \frac{1}{\lambda} n + 3T_{\text{кез}} = 5/0,48 + 5 \cdot 9,0293 = 37,5046$$

n -нің басқа мәндерінде шығындардың салыстырмалы шамасын есептейміз (1-кес.).

2-кесте

Шығындардың салыстырмалы шамасы

Қызмет көрсету сипаттамасы	Менеджерлердің саны				
	5	6	7	8	9
Менеджерлердің бос тұрып қалу ықтималдылығы, p_0	0,0074	0,0144	0,0127	0,0131	0,0132
Клиенттердің кезекте күтуінің орташа уақыты, $T_{\text{кез}}$	9,0293	2,4871	0,6206	0,2094	0,0706
Шығындардың салыстырмалы	55,5631	24,9355	17,6860	16,7710	19,1030

шамасы, $C_{сал}$					
-------------------	--	--	--	--	--

1-кестеден көргеніміздей менеджерлер $n = n_{мин} = 8$ болғанда ең аз шығынды көрсетеді.

$n = n_{мин} = 8$ кезіндегі есептеу торабының келесі қызмет көрсету сипаттамаларын аламыз:

$$P_{кез} = \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} P_0 = \frac{4,32^{8+1}}{8!(8-4,32)} \cdot 0,0131 \approx 0,0463.$$

$$L_{кез} = \frac{\rho^{n+1} P_0}{n \cdot n! (1 - \frac{\rho}{n})^2} = \frac{4,32^{8+1} \cdot 0,0131}{8 \cdot 8! (1 - \frac{4,32}{8})^2} = 0,1005.$$

$$T_{кез} = \frac{1}{\lambda} L_{кез} = 0,1005 / 0,48 = 0,2095.$$

$$L_{жүйе} = L_{кез} + \rho = 0,1005 + 4,32 = 4,4205.$$

$$T_{жүйе} = \frac{1}{\lambda} L_{жүйе} = 4,4205 / 0,48 = 9,2093 \text{ (мин)}.$$

$$\bar{k} = \frac{\lambda}{\mu} = \rho = 4,32.$$

$$k_{б.е.} = 0,54$$

Көріп отырғанымыздай $n=5$ -ке қарағанда $n=8$ кезінде $P_{кез}$ кезегінің туындау ықтималдылығы азаяды. Кезек ұзындығы $L_{кез}$, оған сәйкес келетін клиенттердің орташа саны $L_{жүйе}$ және кезекте күтудің орташа уақыты $T_{кез}$, оған сәйкес келетін клиенттердің орташа болу уақыты $T_{жүйе}$, сонымен қатар қызмет көрсетумен қамтылған менеджерлердің үлесі k_5 өзгерді. Бірақ қызмет көрсетумен айналысатын менеджерлердің орташа саны $\bar{k}$ мен есептеу торабының абсолютті өткізу қабілеті A еш өзгеріске түскен жоқ.

6. Кезекте клиент санының 5 клиенттен артық болмайтындығының ықтималдылығы,

$$P(r \leq 3) = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 \quad P_{8+1} + P_{8+2} + P_{8+3} + P_{8+4} + P_{8+5} =$$

(1-ден 5-кедейінгі менеджерлер бос емес болғанда)

(кезектегі клиенттердің саны 1-ден 3-кедейін болғанда)

$$1 - P_{кез} + p_{8+1} + p_{8+2} + p_{8+3} + p_{8+4} + p_{8+5}$$

әрбір қосылысты (3) - (6) формулалары арқылы шешеміз. $n=7$ болғандағысы есептейміз:

$$P(r \leq 3) = 1 - \frac{4,32^{8+1}}{8!(8-4,32)} \cdot 0,0131 + \frac{4,32^{8+1}}{8 \cdot 8!} \cdot 0,0131 + \frac{4,32^{8+2}}{8^2 \cdot 8!} \cdot 0,0131 + \frac{4,32^{8+3}}{8^3 \cdot 8!} \cdot 0,0131 + \frac{4,32^{8+4}}{8^4 \cdot 8!} \cdot 0,0131 + \frac{4,32^{8+5}}{8^5 \cdot 8!} \cdot 0,0131 = 0,997.$$

Ықтималдылық бірге жақын сондықтан болжауымыз дұрыс.

II. Кассалық бөлім.

3-кесте

Банктегі орташа басылып шыққан талондар саны мен уақыты

№	Сервис	Басылған талондардың жалпы саны	Қызмет
---	--------	---------------------------------	--------

			көрсетудің орташа уақыты
1	Қызмет көрсету/Аударманы алу	192	10.0
2	Кассалық операциялар	2157	5.0
3	Касса физикалық тұлға үшін	1732	4.0
4	Касса заңды тұлға үшін	1196	3.0

Барлық ақпаратты ескере отырып, орташа басылып шыққан талондар санын есептейміз.

$$192+2157+1732+1196=5277$$

$$5277/25(\text{жұмыс күні})=211,08$$

$$211,08/8(\text{жұмыс уақыты})=26$$

$$\lambda = 26 \text{ талон сағ.}$$

Енді орташа уақытты есептейік.

$$10,0 \cdot 192 + 5,0 \cdot 2157 + 4,0 \cdot 1732 + 3,0 \cdot 1196 = 23221$$

$$23221/5277=4.4$$

$$\bar{t}_{op} = 4,4 \text{ мин.}$$

Сонымен, банкке келген клиенттер ағымының орташа қарқындылығы $\lambda = 26$ талон сағ. Менеджерлердің клиенттерге қызмет көрсетуінің орташа уақыты $\bar{t}_{op} = 4,4$ мин. Банктің тиімді жұмысын ұйымдастыру үшін жүйенің келесі параметрлерін есептейік:

а. Кезек саны шексіздікке жетпейтіндей және қызмет көрсетуде $n = n_{\min}$ болатындай, минималды қызмет көрсете алатын менеджерлердің санын $n_{\min}$ анықтайық.

$$\text{Есептің шарты бойынша } \lambda = 26 (1/\text{сағ}) = 26/60 = 0,43 (1/\text{мин})$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \lambda \bar{t}_{op} = 0,43 \cdot 4,4 = 1,9$$

$\rho / n < 1$ шарты орындалғанда кезек саны шексіздікке қарай өспейді, яғни $\rho < n = 1,9$.

Сондықтан менеджерлердің минималды саны $n_{\min} = 2$

ЖҚКЖ-нің $n=5$ болғандағы сипаттамасын табамыз.

(3) формуласы бойынша есептеу торабында клиентердің жоқ болу ықтималдылығы

$$p_0 = (1 + 1,9/1! + 1,9^2/2! + 1,9^3/2!(2-1,9))^{-1} = 0,0026$$

яғни 0,26% менеджерлер бос тұрып қалады.

(6) формула бойынша есептеу торабында кезек болу ықтималдылығы,

$$P_{\text{кез}} = \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} p_0 = \frac{1,9^{2+1}}{2!(2-1,9)} \cdot 0,0026 \approx 0,089.$$

(8) формула бойынша кезекте тұрған клиенттердің орташа саны,

$$L_{\text{кез}} = \frac{\rho^{n+1} p_0}{n \cdot n! (1 - \frac{\rho}{n})^2} = \frac{1,9^{2+1} \cdot 0,0026}{2 \cdot 2! (1 - \frac{1,9}{2})^2} = 1,78.$$

(11) формула бойынша кезекте күтудің орташа уақыты,

$$T_{\text{кез}} = \frac{1}{\lambda} L_{\text{кез}} = 1,78/0,43 = 4,147.$$

(9) формула бойынша есептеу торабындағы клиенттердің орташа саны,

$$L_{\text{жүйе}} = L_{\text{кез}} + \rho = 1,78 + 1,9 = 3,68.$$

(10) формула бойынша есептеу торабындағы клиенттердің орташа болу уақыты,

$$T_{\text{жүйе}} = \frac{1}{\lambda} L_{\text{жүйе}} = 3,68/0,43 = 8,558 (\text{мин}).$$

(7) формула бойынша клиенттерге көмек көрсететін менеджердің орташа саны,
 $\bar{k} = \frac{\lambda}{\mu} = \rho = 1,9$.

Қызмет көрсету менайналысатын менеджерлердің коэффициенті (үлесі),
 $\bar{k} = \rho / n = 1,9 / 2 = 0,95$.

Есептеу торабының абсолюттік өткізу қабілеті $A=0,43$ (1/мин) немесе 26 клиент сағ.

Қызмет көрсету сипаттамаларын талдау. Есептеу нәтижесінде минималды 2 менеджер қызмет атқарған кезде есептеу торабына едәуір артық күш түседі.

ә. Шығындардың $C_{сал}$ салыстырмалы шамасына қатысты менеджерлердің $n_{онт}$ шамасы, қызмет көрсету арналарының мазмұнындағы шығындар және клиенттердің кезегінің көптігімен байланысты. Мысалы, $C_{сал} = \frac{1}{\lambda} n + 3T_{кез}$ болғанда минималды мән қабылдайды сонымен қатар $n = n_{min}$ және $n = n_{muim}$ болғандағы қызмет көрсету сипаттамаларын салыстыру.

$n=2$ болғандағы шығындардың салыстырмалы шамасы,

$$C_{сал} = \frac{1}{\lambda} n + 3T_{кез} = 2 / 0,43 + 3 \cdot 4,147 = 17,092$$

n -нің басқамәндерінде шығындардың салыстырмалы шамасын есептейміз (2-кес.).

4-кесте

Шығындардың салыстырмалы шамасы.

Қызмет көрсету сипаттамасы	Менеджерлердің саны				
	2	3	4	5	6
Менеджерлердің бос тұрып қалу ықтималдылығы, P_0	0,0026	0,1278	0,1453	0,1487	0,1494
Клиенттердің кезекте күтуінің орташа уақыты, $T_{кез}$	4,1471	1,6004	0,3160	0,0705	0,0153
Шығындардың салыстырмалы шамасы, $C_{сал}$	12,9454	10,1775	9,9343	11,7689	13,9840

1-кестеден көргеніміздей менеджерлер $n = n_{muim} = 4$ болғанда ең аз шығынды көрсетеді.

$n = n_{muim} = 4$ кезіндегі есептеу торабының келесі қызмет көрсету сипаттамаларын аламыз:

$$P_{кез} = \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} P_0 = \frac{1,9^{4+1}}{4!(4-1,9)} \cdot 0,1453 \approx 0,0714$$

$$L_{кез} = \frac{\rho^{n+1} P_0}{n \cdot n! (1 - \frac{\rho}{n})^2} = \frac{1,9^{4+1} \cdot 0,0127}{4 \cdot 4! (1 - \frac{1,9}{4})^2} = 0,1359$$

$$T_{кез} = \frac{1}{\lambda} L_{кез} = 0,1359 / 0,43 = 0,3160$$

$$L_{жүйе} = L_{кез} + \rho = 0,3160 + 1,9 = 2,0359$$

$$T_{жүйе} = \frac{1}{\lambda} L_{жүйе} = 2,0359 / 0,43 = 4,7347 \text{ (мин)}.$$

$$\bar{k} = \frac{\lambda}{\mu} = \rho = 1,9.$$

$$k_{\text{б.е.}} = 0,475$$

Көріп отырғанымыздай $n=2$ -ке қарағанда $n=4$ кезінде $P_{\text{кез}}$ кезегінің туындау ықтималдылығы азаяды. Кезек ұзындығы $L_{\text{кез}}$, оған сәйкес келетін клиенттердің орташа саны $L_{\text{жүйе}}$ және кезекте күтудің орташа уақыты $T_{\text{кез}}$, оған сәйкес келетін клиенттердің орташа болу уақыты $T_{\text{жүйе}}$, сонымен қатар қызмет көрсетумен қамтылған менеджерлердің үлесі k_2 өзгерді. Бірақ қызмет көрсетумен айналысатын менеджерлердің орташа саны $\bar{k}$ мен есептеу торабының абсолютті өткізу қабілеті A еш өзгеріске түскен жоқ.

6. Кезек саны 3 клиенттен артық болмайтындығының ықтималдылығы.

$$P(r \leq 3) = p_1 + p_2 + p_3 + p_4$$

$$P_{4+1} + P_{4+2} + P_{4+3} =$$

(1-ден 5-ке дейінгі менеджерлер бос емес болғанда)

(кезектегі клиенттердің саны 1-ден 3-ке дейін болғанда)

$1 - P_{\text{кез}} + p_{4+1} + p_{4+2} + p_{4+3}$, әрбір қосылысты (3) - (6) формулалары арқылы шешеміз. $n=4$ болғандағысын есептейміз:

$$P(r \leq 3) = 1 - \frac{1,9^{4+1}}{4!(4-1,9)} \cdot 0,1453 + \frac{1,9^{4+1}}{4 \cdot 4!} \cdot 0,1453 + \frac{1,9^{4+2}}{4^2 \cdot 4!} \cdot 0,1453 + \frac{1,9^{4+3}}{4^3 \cdot 4!} \cdot 0,1453 = 0,984$$

Ықтималдылық бірге жақын сондықтан болжауымыздұрыс.

Банктің орташа шағыны не есептеу барысындан есиелік бөлім бойынша $n_{\min} = 5$ және

$n_{\text{min}} = 8$ болды, яғни есиелік бөлім бойынша 8 менеджер жеткілікті.

Ал қассалық бөлім бойынша $n_{\min} = 2$ және $n_{\text{min}} = 4$ болды, яғни қассалық бөлім бойынша 4 қасса жеткілікті екені не есептелінді.

Қазіргі уақытта филиалда менеджерлер және кассирлер саны біздің есептеуімізден шамалы көп болып тұр. Қазіргі банктің жағдайына қатысты, клиенттер (өтінімағыны) саны азайды. Бірақ болашақта банктің жағдайы түзеліп, бұл олықтылық жойылады деп үміттенемін.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Таха Х.А. Введение в исследование операций. 7-е издание.: Пер. с англ. - Москва: Издательский дом "Вильямс", 2005. — 912 с.
2. Вентцель Е.С. Исследование операций. - М.: Сов. радио, 1972.
3. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. - М.: Наука, 1980.
4. Высшая математика для экономистов/Под ред. Н.Ш.Кремера. - М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.
5. Крушевский А.В., Швецов К.И. Математическое программирование и моделирование в экономике. - Киев: Выща школа, 1979.
6. Исследование операций в экономике: Учеб. пособие для вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман; Под ред. проф. Н.Ш.Кремера. - М.: ЮНИТИ, 2005. - 407 с.