

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XVIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**PROCEEDINGS
of the XVIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**2023
Астана**

**УДК 001+37
ББК 72+74
G99**

**«GYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII
Международная научная конференция студентов и молодых
ученых «GYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International
Scientific Conference for students and young scholars «GYLYM JÁNE
BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.**

ISBN 978-601-337-871-8

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001+37
ББК 72+74**

ISBN 978-601-337-871-8

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2023**

Теорема 1: Айталық, $1 < p_0 < 2 < p_1$, $q_1 \leq p_1 p_0 \leq q_0$, $\frac{1}{p_0} - \frac{1}{p_1} < \frac{1}{2}$, $\frac{1}{r} = \frac{1}{p_0} - \frac{1}{p_1}$,
 $\frac{1}{s} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_0}$ болсын. Онда келесідей енгізілу орындалады:

$$L_{rs}(\pi_n) \mapsto M_{p_0 q_0}^{p_1 q_1}$$

Теорема 2: Айталық, $1 < p_0 \leq q_0 \leq q_1 \leq p_1 < 2$, $\frac{\alpha}{n} = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{r} = \frac{1}{p_0} - \frac{1}{2}$,
 $1 - \frac{1}{s} = \frac{1}{q_0} - \frac{1}{q_1}$ болсын. Онда келесідей енгізілу орындалады:

$$B_{rs}^{\alpha}(\pi_n) \mapsto M_{p_0 q_0}^{p_1 q_1}$$

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Стечкин С.Б. О билинейных формах. ДАН СССР, 71, 1950, №3, С.237-240
2. Hirschman I.I. On multiplier transformations. Duke Math. J., 26, 1959, №2. P.221-242
3. Бирман М.Ш., Соломяк М.З. Количественный анализ в теоремах вложения Соболева приложение к спектральной теории. –В: X мат.школа, Киев, 1974 .С.5-189
4. Караджов Г.Е. Тригонометрические проблема множителей. Конструктивная теория функций 81, София, 1983. С.82-86
5. R.A. DeVore and V.A. Popov. Interpolation of Besov spaces. Trans. Amer. Math. Soc., 1988. P.305(1):397–414.

УДК 517.98

АДДИТИВНАЯ ВЕСОВАЯ ОЦЕНКА ОДНОГО КЛАССА МАТРИЧНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Серимбетова Акниет Муратқызы

mraenad8524676@gmail.com

студент 4 курса по специальности 6В05401-«Математика» механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель - А.Темирханова

1. Введение

Пусть $1 < p, q < \infty$, и $u = \{u_i\}_{i=1}^{\infty}, v = \{v_i\}_{i=1}^{\infty}, \rho = \{\rho_i\}_{i=1}^{\infty}$ являются весовыми последовательностями, т.е. неотрицательными последовательностями действительных чисел. Пусть l_p - пространство последовательностей действительных чисел $f = \{f_i\}_{i=1}^{\infty}$ для

которых конечна норма: $\|f\|_p = \left(\sum_{i=1}^{\infty} |f_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}, 1 < p < \infty$.

Пусть операторы A^*, H^* являются дискретными операторами следующего вида:

$$(A^* f)_i = \sum_{j=i}^{\infty} a_{j,i} f_j, i \geq 1, a_{j,i} \geq 0, j \geq i \geq 1, (H^* f)_i = \sum_{j=i}^{\infty} f_j, i \geq 1.$$

Рассмотрим аддитивное весовое неравенство

$$\|uA^* f\|_q \leq C(\|\rho f\|_p + \|vH^* f\|_p), \quad \forall f \in l_p. \quad (1)$$

Если $v \equiv 0$ то неравенство (1) превращается в неравенство с двумя весами

$$\|uA^* f\|_q \leq C\|\rho f\|_p, \quad \forall f \in l_p \quad (2)$$

выполнение, которого исследовалось многими математиками (см. например [1-7]).

Целью работы является нахождения необходимых и достаточных условий выполнения неравенства (1), путем сведения неравенства (1) к эквивалентному неравенству типа (2).

Для достижения цели рассматривается также задача об оценке величины

$$J_p(\rho, v, g, M) = \sup_{f \geq 0} \frac{\sum_{i=1}^{\infty} f_i g_i}{\|\rho f\|_p + \|vH^* f\|_p}. \quad (3)$$

Значение (3) представляет собой самостоятельный интерес и является обратным неравенством дискретного неравенства Гельдера для нормы $\|\rho f\|_p + \|vH^* f\|_p$, на классе неотрицательных последовательностей $M = \{f = \{f_i\}_{i=1}^{\infty}; f \geq 0\}$.

Здесь и далее $0 \leq f \downarrow (0 \leq f \uparrow)$ означает, что последовательность действительных чисел $f = \{f_i\}_{i=1}^{\infty}$ является неотрицательной невозрастающей (неотрицательной неубывающей). Символ $A \ll C$ означает, что $\exists \alpha > 0: A \leq \alpha C$ и символ $A \approx C$ означает $A \ll C \ll A$.

2. Вспомогательные утверждения

Пусть

$$\rho \in l_p, \rho^{-1} \in l_{p'}, \rho_i > 0, i \geq 1, v \in l_p, u \in l_q. \quad (4)$$

Введем последовательность

$$\varphi_n^* = \left\{ \inf_{n \leq j < \infty} \left[\left(\sum_{i=n}^j \rho_i^{-p'} \right)^{-\frac{1}{p'}} + \left(\sum_{i=1}^j v_i^p \right)^{\frac{1}{p}} \right] \right\}^{-1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}. \quad (5)$$

Лемма 1. Пусть $1 < p < \infty$, и весовые последовательности ρ, v удовлетворяют условиям (4). Тогда последовательность φ_n^* является положительной, строго убывающей.

Лемма 2. Пусть $1 < p < \infty$, и весовые последовательности ρ, v удовлетворяют условиям (4). Тогда последовательность φ_n^* удовлетворяет следующему условию:

$$0 < \rho_n^{p'} (\varphi_n^{*p'} - \varphi_{n+1}^{*p'}) \leq 2. \quad (6)$$

Лемма 3 Пусть $1 < p < \infty$, и весовые последовательности ρ, ν удовлетворяют условиям (4). Тогда справедливо следующее неравенство:

$$\left(\sum_{i=1}^{\infty} \left((H^* f)_i^p - (H^* f)_{i+1}^p \right) \rho_i^{*-p} \right)^{\frac{1}{p}} \leq 8 \left(\|\rho f\|_p + \|\nu H^* f\|_p \right) \quad (7)$$

Лемма 4 Пусть $1 < p < \infty$, и весовые последовательности ρ, ν удовлетворяют условиям (4). Тогда выполняется следующая оценка:

$$\|\rho f\|_p + \|\nu H^* f\|_p < \left(\sum_{i=1}^{\infty} |f_i|^p \left(\varphi_i^{*p'} - \varphi_{i+1}^{*p'} \right)^{1-p} \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (8)$$

3. Основные результаты

Теорема 1. Пусть $1 < p < \infty, g \in M \uparrow$ и весовые последовательности ρ, ν удовлетворяют условиям (4). Тогда

$$J_p(\rho, \nu, g, M) := \sup_{f \geq 0} \frac{\sum_{i=1}^{\infty} f_i g_i}{\|\rho f\|_p + \|\nu H^* f\|_p} \approx \left(\sum_{i=1}^{\infty} g_i^{p'} \left(\varphi_i^{*p'} - \varphi_{i+1}^{*p'} \right) \right)^{\frac{1}{p'}}. \quad (9)$$

Теорема 2. Пусть $1 < p, q < \infty$, и весовые последовательности u, ρ, ν удовлетворяют условиям (4). Элементы матрицы $(a_{j,i})$ оператора A^* являются неотрицательными и неубывающими по первому индексу т.е. $a_{j,i} \geq 0, a_{j,i} \leq a_{j+1,i}, i \geq j \geq 1$. Тогда неравенство (1) выполняется тогда и только тогда, когда

$$\left(\sum_{i=1}^{\infty} u_i^q \left(\sum_{j=i}^{\infty} a_{j,i} f_j \right)^q \right)^{\frac{1}{q}} \leq C_1 \left(\sum_{i=1}^{\infty} |f_i|^p \left(\varphi_i^{*p'} - \varphi_{i+1}^{*p'} \right)^{1-p} \right)^{\frac{1}{p}}, f \geq 0. \quad (10)$$

Более того $C \approx C_1$, где C, C_1 - наименьшие константы в неравенствах (1) и (10) соответственно.

В работе [2, 3] были получены необходимые и достаточные условия для справедливости (2), если матрица $(a_{j,i})$ оператора A^* , $a_{j,i} \geq 0$ удовлетворяет следующему дискретному «условию Ойнарова»: $\exists d \geq 1$ такая, что

$$\frac{1}{d} (a_{j,k} + a_{k,i}) \leq a_{j,i} \leq d (a_{j,k} + a_{k,i}), j \geq k \geq i \geq 1 \quad (11)$$

Теорема 3. Пусть $1 < p \leq q < \infty$, и весовые последовательности u, ρ, ν удовлетворяют условиям (4). Элементы матрицы $(a_{j,i})$ оператора A^* , $a_{j,i} \geq 0$ удовлетворяют условию (11). Тогда аддитивное неравенство (1) выполняется тогда и только тогда, когда

$$D^* = \max \{D_1^*, D_2^*\} < \infty,$$

где

$$D_1^* = \sup_{k \geq 1} \left(\sum_{i=1}^k u_i^q \right)^{\frac{1}{q}} \left(\sum_{j=k}^{\infty} a_{j,k}^{p'} \left(\varphi_j^{*p'} - \varphi_{j+1}^{*p'} \right) \right)^{\frac{1}{p'}},$$

$$D_2^* = \sup_{k \geq 1} \left(\sum_{i=1}^k a_{k,i}^q u_i^q \right)^{\frac{1}{q}} \varphi_k^*.$$

При этом $C \approx D^*$, где C - наименьшая константа в неравенстве (1).

Теорема 4. Пусть $1 < q < p < \infty$, и весовые последовательности u, ρ, v удовлетворяют условиям (4). Элементы матрицы $(a_{j,i})$ оператора A^* , $a_{j,i} \geq 0$ и удовлетворяют условию (11). Тогда аддитивное неравенство (1) выполняется тогда и только тогда, когда

$$B^* = \max\{B_1^*, B_2^*\} < \infty,$$

где

$$B_1^* = \left(\sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j^{* \frac{pq}{p-q}} \left(\sum_{k=1}^j a_{j,k}^q u_k^q \right)^{\frac{q}{p-q}} \left(\varphi_j^{*p'} - \varphi_{j+1}^{*p'} \right) \right)^{\frac{p-q}{pq}},$$

$$B_2^* = \left(\sum_{i=1}^{\infty} \left(\sum_{j=i}^{\infty} a_{j,i}^q \left(\varphi_j^{*p'} - \varphi_{j+1}^{*p'} \right) \right)^{\frac{q(p-1)}{p-q}} \left(\sum_{k=1}^i u_k^q \right)^{\frac{q}{p-q}} u_i^q \right)^{\frac{p-q}{pq}}.$$

При этом $C \approx B^*$, где C - наименьшая константа в неравенстве (1).

Список использованных источников

1. Ойнаров Р., Шалгынбаева С. Х. Весовые неравенства Харди на конусе монотонных последовательностей //Изв. МН-АН РК. Сер. физ.-мат. –1998. –№1. –С. 33-42.
2. Ойнаров Р., Шалгынбаева С. Х. Весовые оценки для одного класса матричных операторов //Математический журнал. Алматы, 2003. –Том 3. –№1(7). –С. 74-82.
3. Oinarov R., Okpoti C.A., Persson L-E. Weighted inequalities of Hardy type for matrix operators: the case $q < p$ //Math. Inequal. Appl. –2007. –№ 4. –P. 843-861.
4. Oinarov R., Persson L-E., Temirkhanova A.M. Weighted inequalities for a class of matrix operators: the case $p \leq q$ //Math. Inequal. Appl. –2009. –№. 12. –P. 891-903.
5. Temirkhanova A.M. Weighted inequalities for a class of matrix operators: the case $1 < q < p < \infty$ //Eurasian Math. J. –2008. –№ 2. –P. 117-127.
6. Taspaganbetova Zh., Temirkhanova A.M. Criteria on Boundedness of matrix operators in weighted spaces of sequences and their applications //Annals of Functional Analysis. –2011. – Vol. 2 –№ 1. –P. 114-127.
7. Taspaganbetova Zh., Temirkhanova A.M. Boundedness and compactness criteria of a certain class of matrix operators //Mathematical Journal. –2011. –№ 2(40). –P. 73-85.